Uitwerkingen Getal en Ruimte VWO B 5 H17

Continue dynamische modellen

1a. We moeten eerst de raaklijn tekenen in het punt (0 , 95). De r.c. moet dan ongeveer -3,1 zijn. Zo moet de r.c. van de raaklijn in het punt (10,70) ongeveer -2 zijn.

b.

t	0	10	20	30	40	50
T	95	70	53	42	35	30
$\frac{dT}{dt}$	-3,1	-2,0	-1,3	-0,9	-0,6	-0,4

c. $\frac{dT}{dt} = c(T - 21)$ $t = 0 \Rightarrow T = 95$ Nu invullen $\Rightarrow$ -3,1 = c(95 – 21) $\Leftrightarrow$ -3,1 = 74c $\Leftrightarrow$ $c \approx$ -0,042

d. $t = 10 \Rightarrow$ -2,0 = c(70 – 21) $\Leftrightarrow$ 49c = -2,0 $\Leftrightarrow$ $c \approx$ -0,041
$t = 20 \Rightarrow$ -1,3 = c(53 – 21) $\Leftrightarrow$ 32c = -1,3 $\Leftrightarrow$ $c \approx$ -0,041
$t = 30 \Rightarrow$ -0,9 = c(42 – 21) $\Leftrightarrow$ 21c = -0,9 $\Leftrightarrow$ $c \approx$ -0,043
$t = 40 \Rightarrow$ -0,6 = c(35 – 21) $\Leftrightarrow$ 14c = -0,6 $\Leftrightarrow$ $c \approx$ -0,043
$t = 50 \Rightarrow$ -0,4 = c(30 – 21) $\Leftrightarrow$ 9c = -0,4 $\Leftrightarrow$ $c \approx$ -0,044

e. Bram heeft zo ongeveer gelijk. De evenredigheidsconstante is ongeveer -0,042

2. $\frac{dT}{dt} = c.(T - 15)$

a. Bij $t = 0$ is T = 200 ºC en $\frac{dT}{dt} \approx$ -,06 ºC/s Dit nu invullen $\Rightarrow$ -0,6 = c(200 – 15) $\Leftrightarrow$ $c \approx$ -0,0032

b. Manier van het voorbeeld , want in de figuur zie je duidelijk dat de snelheid op t = 5 een betere benadering is van het gemiddelde dan de beginsnelheid op t = 0.

3a. De eenheid is belangrijk. Werken in minuten of uren geven ander gemiddelden.

b. Nu eenheid min. $\Rightarrow t$ = 5 sec $\Leftrightarrow t = \frac{1}{12}$ min dan T = 197ºC en $\frac{dT}{dt} \approx$ -0,6ºC/s = -36ºC/min $\Rightarrow$

-36 = c(197 – 15) $\Leftrightarrow$ $c \approx -\frac{36}{182} = -0{,}198$ $\Rightarrow$ $\frac{dT}{dt}$ = -0,198(T – 15) met T(0) = 200 ºC en t in min.

4. Bij t = 0 dan T = 100 Bij t = 10 dan T = 94

Stel $\frac{dT}{dt} = c(T-12)$ op t = 5 is $T \approx$ 0,5(100 + 94) = 97 ºC en $\frac{dT}{dt} \approx \frac{94-100}{10}$ = -0,6 ºC/s $\Rightarrow$

-0,6 = c(97 – 12) $\Leftrightarrow c \approx \frac{-0,6}{85} \approx$ -0,0071 $\Rightarrow$

$\frac{dT}{dt}$ = -0,0071(T – 12) met T(0) = 100 ºC en t in sec.

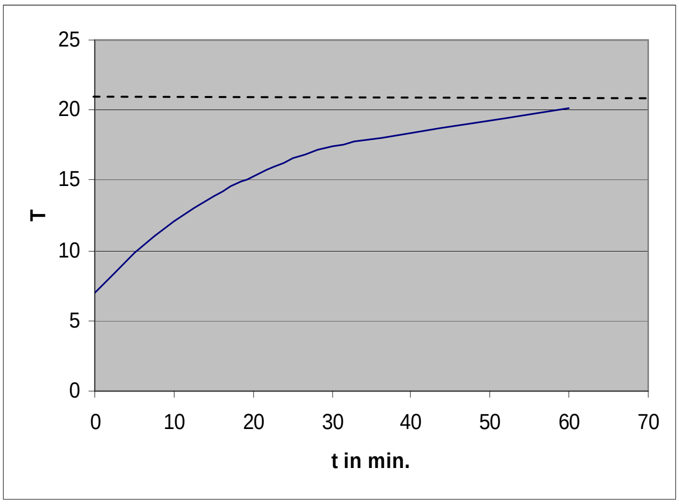
5.

a. Stel $\frac{dT}{dt} = c(T-21)$ Eerste twee meetwaarden zijn t = 0 en t = 5 $\Rightarrow$ op t = 2 ,5 geldt :

T = 0,5(7 + 9,8) = 8,4ºC en $\frac{dT}{dt} \approx \frac{9,8-7}{5}$ = 0,56 ºC/min $\Rightarrow$ 0,56 = c(8,4 – 21) $\Leftrightarrow$

$c \approx \frac{0,56}{-12,6} \approx$ -0,044 $\Rightarrow$ $\frac{dT}{dt}$ = -0,044(T – 21) met T(0) = 7 ºC en t in min.

b.



c.

t	0	5	10	15	20	30	60
T	7	9,8	12,1	13,9	15,3	17,4	20,1
$\frac{dT}{dt}$	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,15	0,04
c	-0,043	-0,045	-0,045	-0,042	-0,044	-0,042	-0, 044

d. $\frac{dT}{dt}$ = -0,044(T – 21) met T(0) = 7 ºC en t in min.

6. Op t = 0 dan 10^9 bact. Snelheid is evenredig met het aantal bacteriën. $\Rightarrow \frac{dN}{dt} = c.N$

Op $t = \frac{1}{60}$ komen er 4.10^6 bacteriën bij $\Rightarrow$ Op $t = \frac{1}{120}$ geldt : $N \approx 10^9 + 0,5.4.10^6 = 1,002.10^9$

Nu geldt dus: $\frac{dN}{dt} \approx \frac{4.10^6}{\frac{1}{60}} = 2,4.10^8$ $\Rightarrow$ $2{,}4.10^8 = c.1{,}002.10^9 \Leftrightarrow c \approx 0{,}24 \Rightarrow$ We krijgen dus:

$\frac{dN}{dt} = 0,24.N$ met $N(0) = 10^9$ en t in uren.

7.

a. Volgens Newton geldt: $\frac{dT}{dt} = c.(T-4)$ $T(0) = 60$ºC en $T(8) = 54$ºC.

Op $t = 4$ geldt : $T \approx 60 - 0{,}5.6 = 57$ ºC en $\frac{dT}{dt} \approx \frac{0-6}{8} = -0,75$ ºC/min $\Rightarrow$

$-0{,}75 = c.(57 - 4) \Leftrightarrow c \approx -0{,}014 \Rightarrow$ $\frac{dT}{dt} = -0,014.(T-4)$ met $T(0) = 60$ºC en t in min.

b. Volgens Newton geldt: $\frac{dT}{dt} = c.(T-4)$ $T(0) = 60$ºC en $T(\frac{8}{60}) = 54$ºC

Op $t = \frac{4}{60}$ geldt : $T \approx 57$ ºC en $\frac{dT}{dt} \approx \frac{0-6}{\frac{8}{60}} = -45$ ºC/uur $\Rightarrow$

$-45 \approx c(57 - 4) \Leftrightarrow c \approx \frac{-45}{53} \approx -0{,}85 \Rightarrow$ $\frac{dN}{dt} \approx -0,85(T-4)$ met $T(0) = 60$ºC en t in uren.

8. Op $t = 0$ hebben we 5000 gram zout bij 1000 liter water.
Per seconde komt er 0,5 gram zout bij.
Stel dat er Z gram zout aanwezig is op een willekeurig moment. Er stroomt dan
$0{,}5 \cdot \frac{Z}{1000} = 0{,}0005Z$ gram zout weg. $\Rightarrow$ $\frac{dZ}{dt} = 0,5 - 0,0005Z$ met $Z(0) = 5000$ gram en t in seconden.

9a. Topsnelheid is 36 km/uur . Dat is dus 10 m/s Verder geldt: $F_W = F_{voortstuwing} = 50$ N $\Rightarrow$
$50 = c.10^2 \Leftrightarrow c = 0{,}5$

b. $v = 24$ km/uur $= 6\frac{2}{3}$ m/s $\Rightarrow$ $F_W = 0{,}5 \cdot (6\frac{2}{3})^2 \approx 22{,}2$ N $\Rightarrow$
$F_R = F_{voortstuwing} - F_W \approx 50 - 22{,}2 = 27{,}8$ N

c. We weten : $F_R = 27{,}8$ N en $F = m.a = 100 \cdot a$ $\Rightarrow 100.a = 27{,}8 \Leftrightarrow a = 0{,}278$ m/s^2

10. In de grenssituatie geldt: $F_R = 0 \Rightarrow F_{motor} = F_W \Rightarrow 120 = 10.v^2 \Leftrightarrow v^2 = 12 \Rightarrow$
$v \approx 3{,}5$ m/s

11a. Voor de resulterende kracht geldt: $F_R = F_Z - F_W = 882 - 0{,}25.v^2$

$F = m.a \Rightarrow F_R = 90.\dfrac{dv}{dt} \qquad \Rightarrow 90.\dfrac{dv}{dt} = 882 - 0{,}25.v^2 \Rightarrow \dfrac{dv}{dt} = 9{,}8 - 0{,}00278v^2$

met $v(0) = 0$ m/s en t in seconden.

b. De grenswaarde van de snelheid krijgen we als geldt : $\dfrac{dv}{dt} = 0 \Leftrightarrow 9{,}8 = 0{,}00278v^2 \Leftrightarrow$

$v^2 \approx 3525 \Leftrightarrow v \approx 59{,}4$ m/s ≈ 214 km/uur

12a. Er geldt : $F_{\text{Resulterende}} = F_{\text{motor}} - F_L - F_W \Rightarrow F_R = 50 - 0{,}25v^2 - 4v$

De formule $F = m.a$ geeft : $125.\dfrac{dv}{dt} = 50 - 0{,}25v^2 - 4v \Leftrightarrow$

$\dfrac{dv}{dt} = 0{,}4 - 0{,}002v^2 - 0{,}032v$ met $v(0) = 0$ m/s en t in seconden

b. Het maximum krijg je als je niet meer kan versnellen $\Rightarrow$

$\dfrac{dv}{dt} = 0 \Leftrightarrow 0{,}4 - 0{,}002v^2 - 0{,}032v = 0 \Leftrightarrow v^2 + 16v - 200 = 0 \Rightarrow v \approx 8{,}25m/s \approx 30km/uur$

Dus de snorfietser kan harder dan 25 km/uur.

13a. $F_{resulterend} = F_R = F_{motor} - F_W = 600000 - 2670.v^2$ Verder geldt : $F = m.a \Rightarrow$

$600000 - 2670v^2 = 3500.10^3.\dfrac{dv}{dt} \Leftrightarrow \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{600000 - 2670v^2}{3500000} \Leftrightarrow \dfrac{dv}{dt} = 0{,}1714 - 0{,}00076v^2$

met $v(0) = 10$ m/s en t in seconden.

b. De grenswaarde van de snelheid krijgen we als geldt :

$\dfrac{dv}{dt} = 0 \Leftrightarrow 0{,}00076v^2 = 0{,}1714 \Leftrightarrow v^2 \approx 224{,}68 \Rightarrow v \approx 14{,}99 \Rightarrow$

De grenswaarde van de snelheid is dus ongeveer 15 m/s $\approx$ 54 km/uur

c. Voor het dynamische model geldt : $F_R = -F_{motor} - F_W = -600000 - 2670v^2$

Er geldt verder : $F = m.a = 3500000.\dfrac{dv}{dt} \Rightarrow$

$3500000.\dfrac{dv}{dt} = -600000 - 2670v^2 \Leftrightarrow \dfrac{dv}{dt} = -0{,}1714 - 0{,}00076v^2$ met $v(0) = 10$ m/s en t in seconden.

d. Nu geldt voor de resulterende kracht:

$F_R = -F_{motor} + F_W = -600000 + 2.2670.v^2$ en

$F = m.a = 3500000.\dfrac{dv}{dt} \Rightarrow 3500000.\dfrac{dv}{dt} = -600000 + 5340v^2 \Rightarrow$

$\dfrac{dv}{dt} = -0{,}1714 + 0{,}0015v^2$ met $v(50) = 0$ m/s en t in seconden.

Opmerking: Het achteruitvaren begint pas na 50 seconden.

14 $\dfrac{dy}{dt} = -\dfrac{t}{y}$

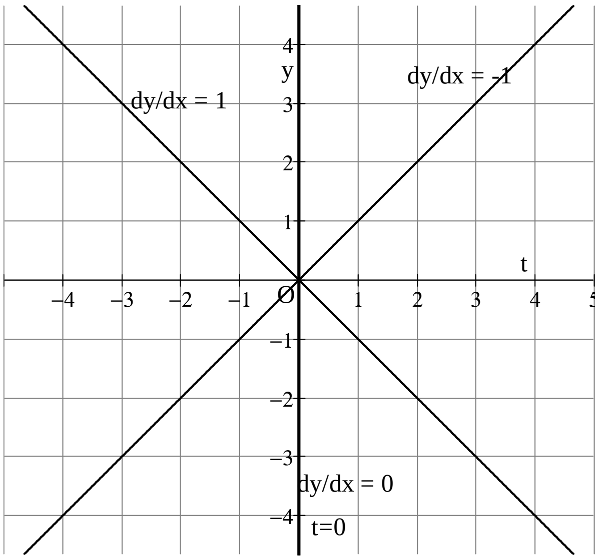
a. $\left(\dfrac{dy}{dt}\right)_{(0,3)} = -\dfrac{0}{3} = 0$; $\left(\dfrac{dy}{dt}\right)_{(4,)} = -\dfrac{4}{4} = -1$; $\left(\dfrac{dy}{dt}\right)_{(-2,2)} = -\dfrac{-2}{2} = 1$; $\left(\dfrac{dy}{dt}\right)_{(4,-1)} = -\dfrac{4}{-1} = 4$

b. $\left(\dfrac{dy}{dt}\right) = -\dfrac{t}{y} = -1 \Leftrightarrow y = t$;

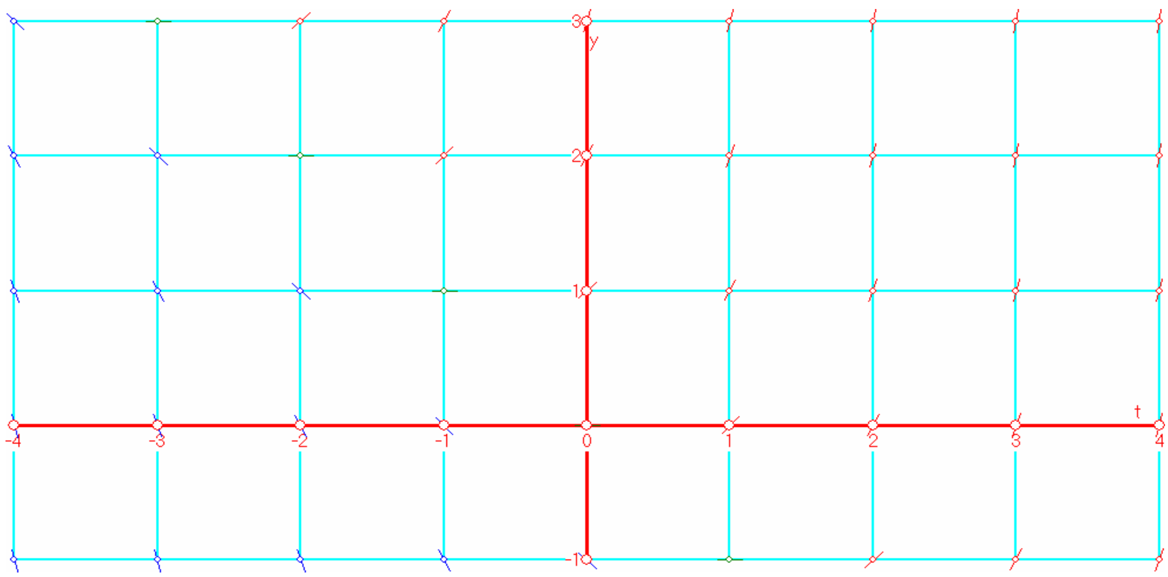
$\left(\dfrac{dy}{dt}\right) = -\dfrac{t}{y} = 1 \Leftrightarrow y = -t$ en

$\left(\dfrac{dy}{dt}\right) = -\dfrac{t}{y} = 0 \Leftrightarrow t = 0$

Zie de hier getekende figuur.



15a.



y	-1	0	1	2	3
$\dfrac{dy}{dt}$	-2	-1	0	1	2

b. Stel de vergelijking van l is : $y = at + b \Rightarrow \left(\dfrac{dy}{dt}\right)_{(-3,2)} = 1 \Rightarrow y = t + b$ door het punt (-3 , 2) $\Rightarrow$

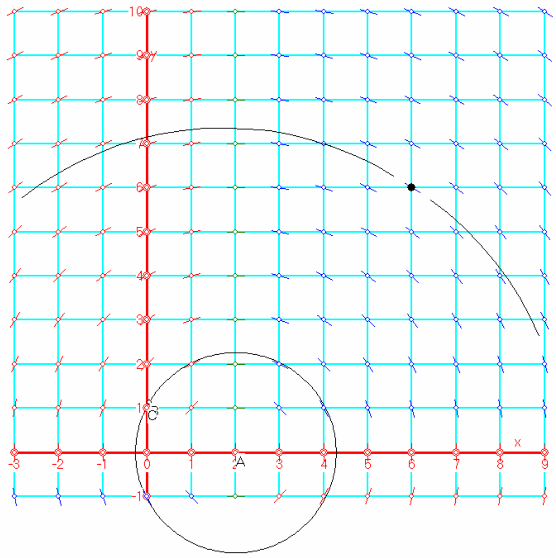
$2 = -3 + b \Leftrightarrow b = 5 \Rightarrow$ De vergelijking van l is dus : $y = t + 5$

16. Uit de figuur blijkt dat als y = 0 dan $\dfrac{dy}{dt} = 0$ $\Rightarrow$ tegenspraak met I $\Rightarrow$ I valt af.

Als y = 1 dan $\dfrac{dy}{dt} < 0$, maar zowel bij II als bij IV geldt dat $\dfrac{dy}{dt} > 0 \Rightarrow$ tegenspraak $\Rightarrow$ het lijnelementenveld hoort bij onderdeel III.

17. $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{2-t}{y}$

a.

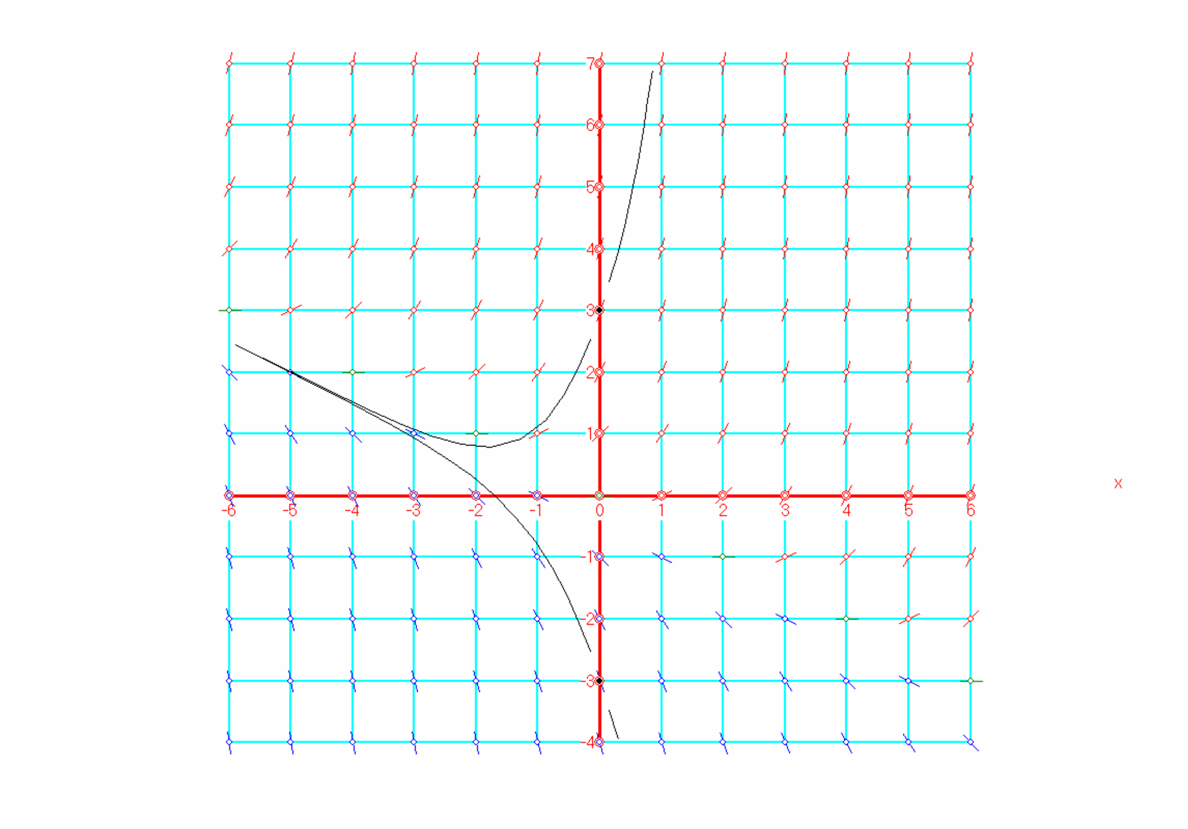


17b. Door het punt (2,0)

c. Het middelpunt van al die cirkels is (2,0) . De cirkels zijn oplossingskrommen die door het punt (0,a) gaan en straal 3. De vergelijking van de cirkels met m.p. (2,0) en straal 3 is : $(x-2)^2+(y-0)^2=9$ Door punt (0,a) $\Rightarrow$ 4 + a^2 = 9 $\Leftrightarrow$ a^2 = 5 $\Rightarrow$ $a = \sqrt{5}$, omdat a > 0.

d. k: y = -t + 9 raakt een oplossingskromme $\Rightarrow$ k raakt dus aan een cirkel met m.p. (2,0).
r.c.$_k$ = -1 $\Rightarrow \dfrac{dy}{dt} = -1 \Rightarrow \dfrac{2-t}{y} = -1 \Rightarrow -y = 2-t$ Verder ligt punt A ook op de lijn k $\Rightarrow$
y = -t + 9 Dit samen geeft : t – 9 = 2 – t $\Leftrightarrow$ 2t = 11 $\Leftrightarrow$ t = 5,5 dan y = -5,5 + 9 = 3,5
$\Rightarrow$ punt A wordt nu : (5,5 ; 3,5)

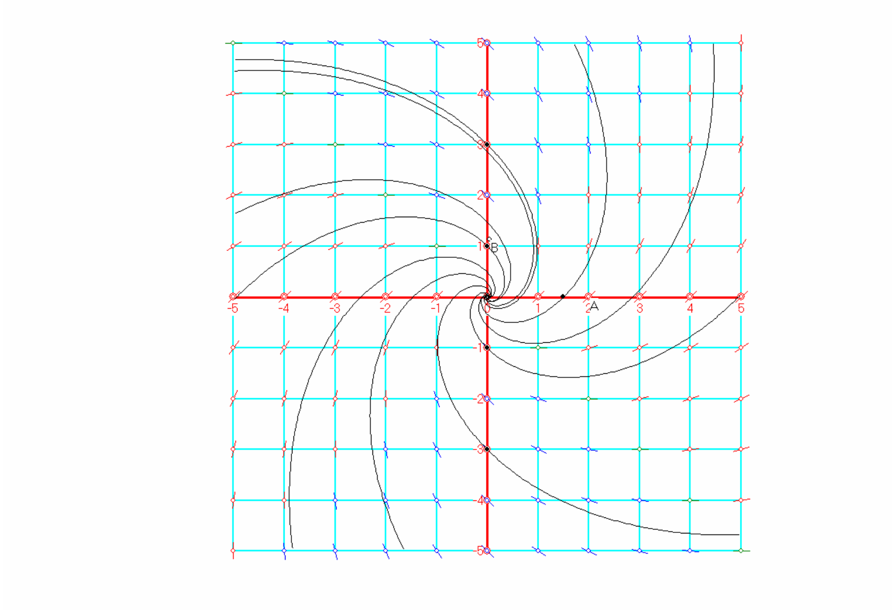
18a.



b. De scheve asymptoot gaat door de punten (-3,1) en (-5,2) Dit geeft de vergelijking: $y = -0{,}5t - 0{,}5$

c. $k : y = 2t + 7$ raakt aan een opl. kromme $\Rightarrow$ r.c.$_k$ = $\dfrac{dy}{dt}$ $\Rightarrow 0{,}5t + y = 2$ Verder ligt punt A ook op de lijn k zelf. $\Rightarrow y = 2t + 7$ Dit samen geeft : $0{,}5t + (2t + 7) = 2 \Leftrightarrow 2{,}5t = -5 \Leftrightarrow t = -2$
Nu dit invullen in $k \Rightarrow y = -4 + 7 = 3 \Rightarrow$ Punt A wordt: (-2 , 3)

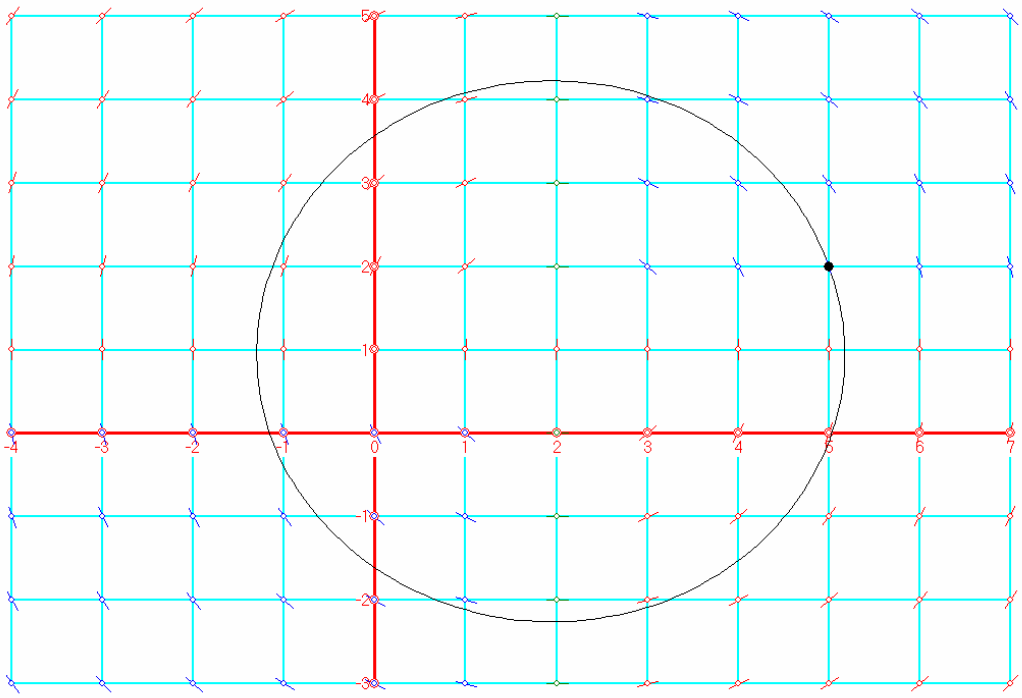
19.



Er staat een foutje in de opgave. Er moet staan: $\frac{dy}{dt} = \frac{t+y}{t-y}$

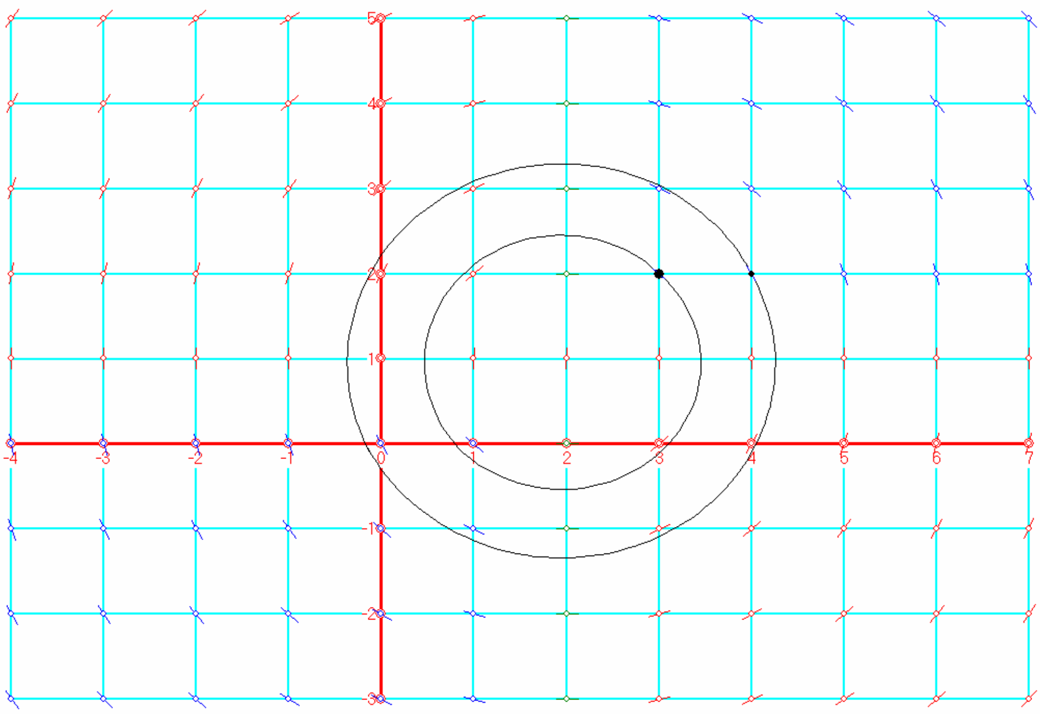
De toppen gaan door de punten (-0,5 ; -0,5) ; (-1,5 ; -1,5) en (1,5 ; 1,5) $\Rightarrow$ De vergelijking van de lijn door de toppen is waarschijnlijk : $y = -t$.

20. a,b



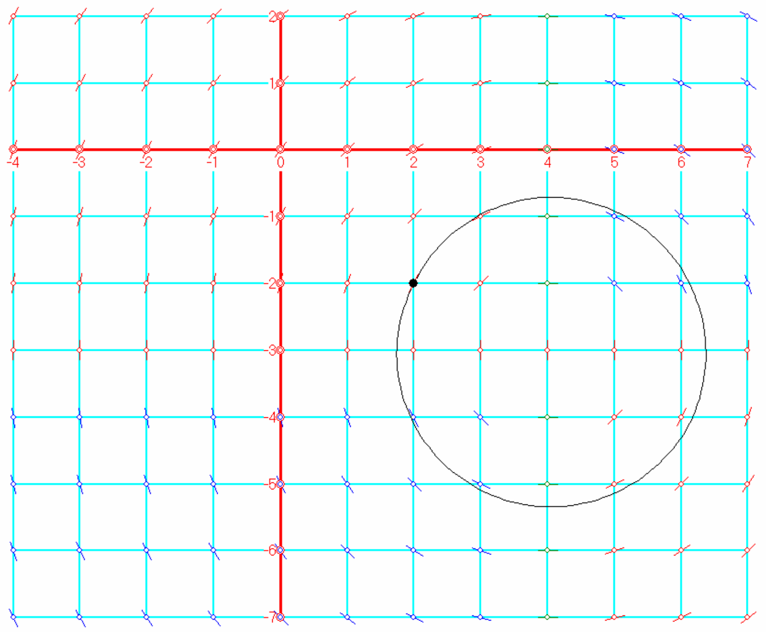
Vermoedelijk zijn alle oplossingskrommen cirkels.

20c.



d. Bij de punten (6,1) en (2,1) krijg je geen oplossingskromme omdat dan $\frac{dy}{dt}$ niet bestaat ; je deelt dan immers door 0.

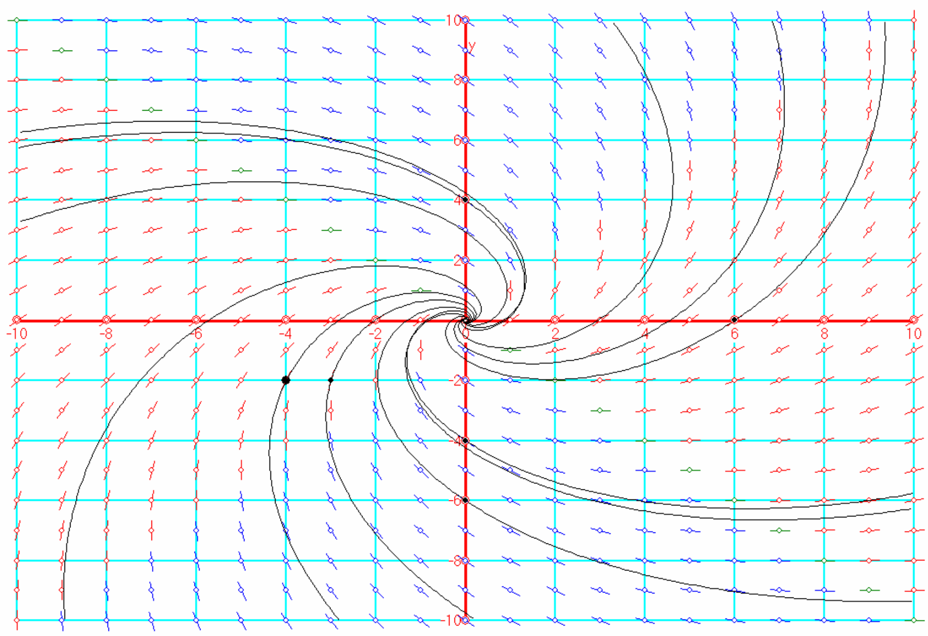
e. $\frac{dy}{dt} = \frac{t-4}{-3-y}$



Zo te zien krijg je inderdaad een cirkel als oplossingskromme.

21. $\frac{dy}{dt} = \frac{t+y}{t-y}$

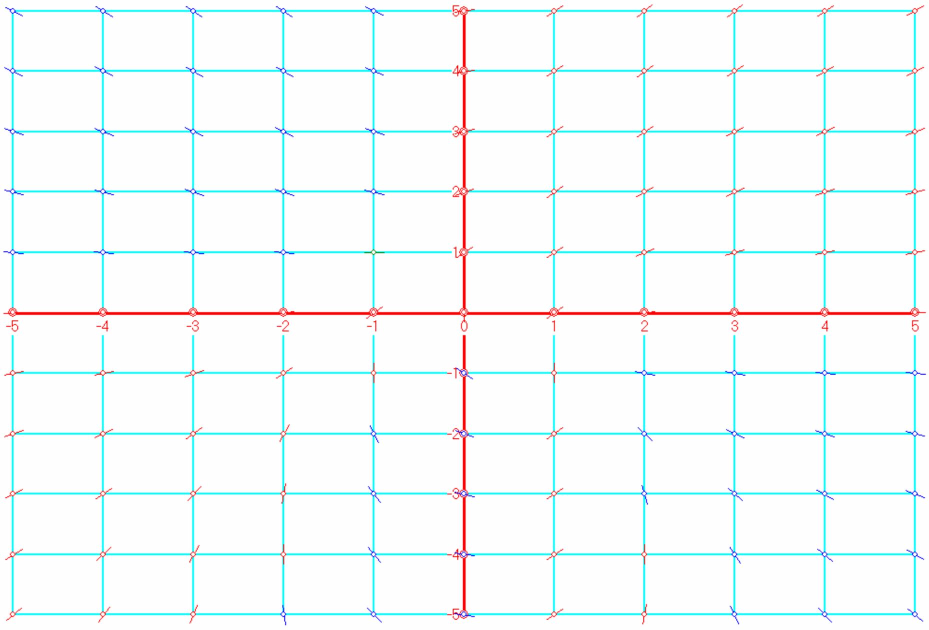
a.



b. Zo te zien krijg je hetzelfde als bij onderdeel a , alleen is alles net andersom. $\Rightarrow$
$\frac{dy}{dt} = -\frac{t-y}{t+y}$

22. $\frac{dy}{dt} = \frac{ty+1}{t^2+y}$

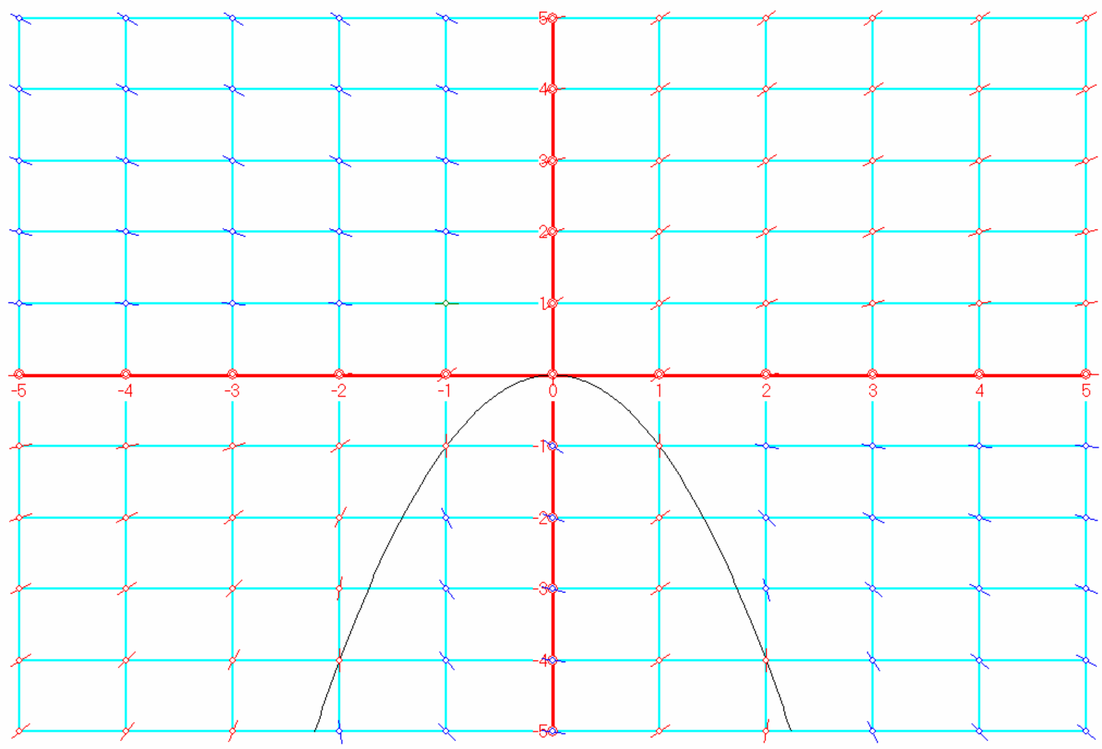
a.



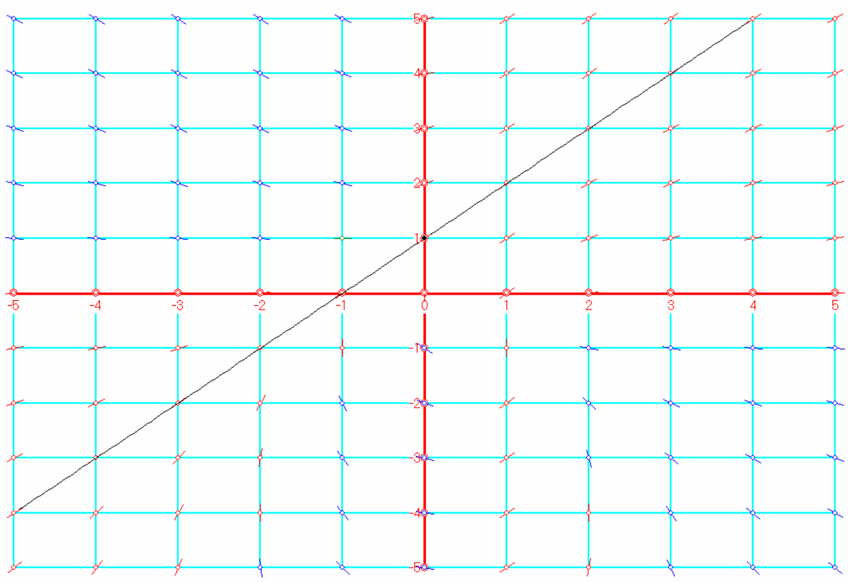
b. $f(t) = -\frac{1}{t}$

De r.c. is nul $\Rightarrow \frac{dy}{dt} = 0 \Leftrightarrow ty+1=0$ en $t^2+y \neq 0 \Leftrightarrow ty = -1 \Rightarrow y = \frac{-1}{t} \Rightarrow$ De kromme $y = \frac{-1}{t}$ gaat door alle punten waarbij de r.c. van de oplossingskromme gelijk is aan 0.

c. Verticale raaklijn krijg je als $\frac{dy}{dt}$ niet bestaat $\Rightarrow t^2 + y = 0 \Leftrightarrow y = -t^2$



d. De lijn
$y = t + 1$

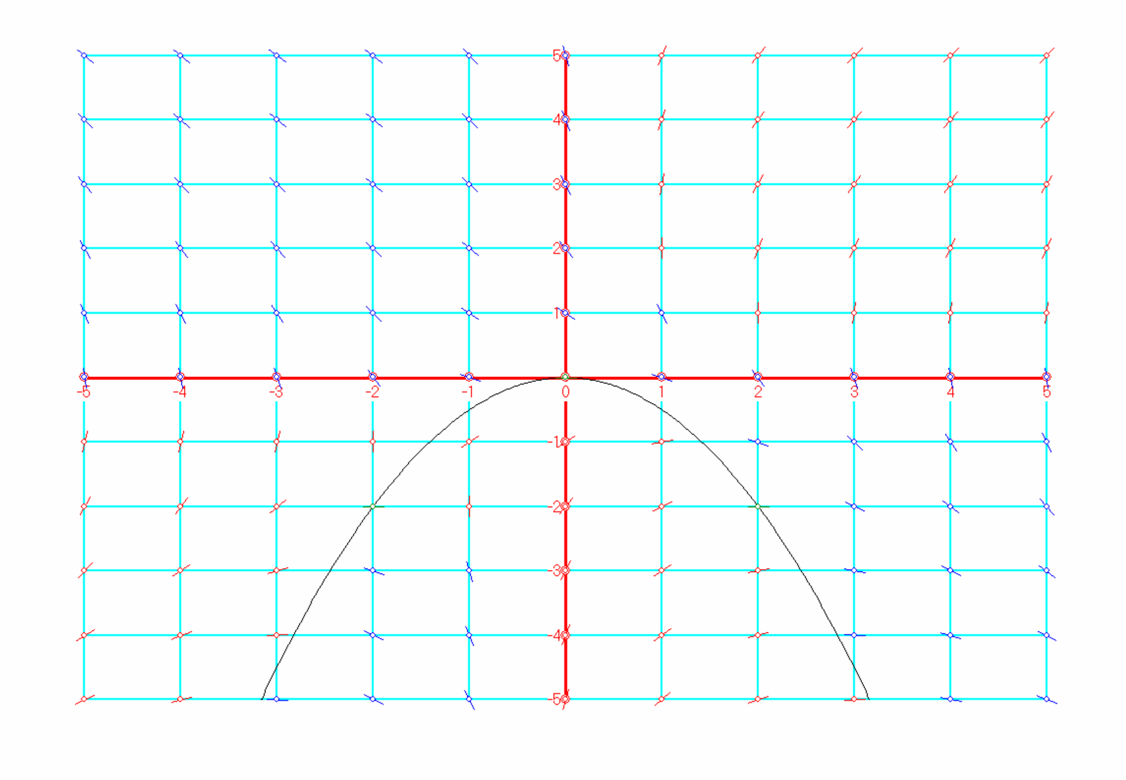


In de figuur zie je de lijnelementen samenvallen met de lijn $y = t + 1$

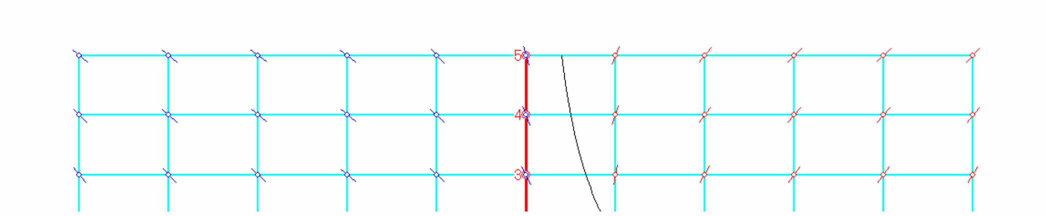
23. $$\frac{dy}{dt} = \frac{t^2 + 2y}{ty - 2}$$

a. $\frac{dy}{dt}=0 \Leftrightarrow t^2+2y=0 \Rightarrow y=-0,5t^2$

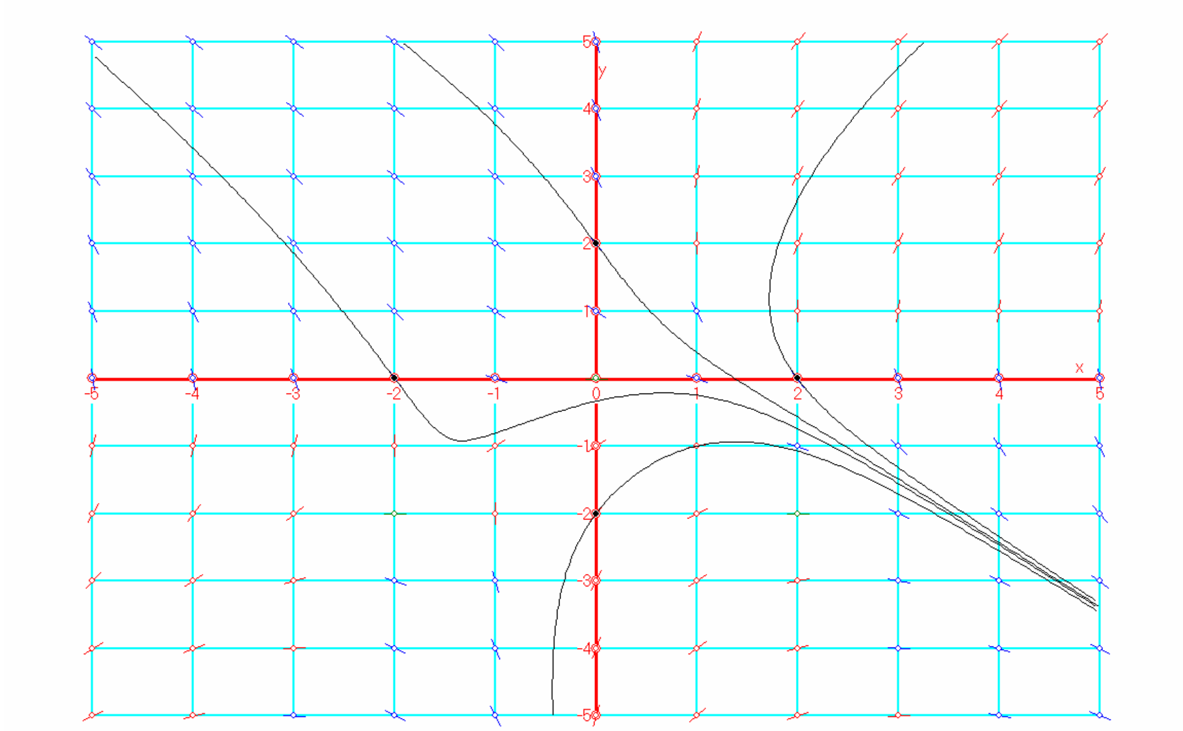
b. Bij een



verticale raaklijn bestaat $\frac{dy}{dt}$ niet $\Rightarrow ty-2=0 \Rightarrow ty=2 \Rightarrow y=\frac{2}{t}$



c.



d. De oplossingskrommen door (0,2) en door (-2,0) zijn functies , omdat er bij iedere *t*-waarde slechts één *y*-waarde afgebeeld wordt.

24. $\frac{dT}{dt} = -0,02(T-15)$ met $T(0) = 90^o$ en t in minuten.

a. $\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t=0} = -1,5$ en door punt (0 , 90) $\Rightarrow$ vergelijking wordt: $T = -1,5t + 90$

b. Als $t = 0,5$ dan $T = -1,5.0,5 + 90 = 89,25$ ºC

c. $\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t=0,5} =$ -0,02(89,25-15) = -1,485 $\Rightarrow$ Stel de vergelijking is: $T = -1,485.t + b$ door het punt (0,5 ; 89,25) $\Rightarrow$ 89,25 = -1,485.0,5 + $b \Leftrightarrow b$ = 89,25 + 0,7425 = 89,9925 $\Rightarrow$
De vergelijking wordt nu : $T = -1,485t + 89,9925$

d. Nu $t = 1$ invullen in de gevonden lijn uit onderdeel c $\Rightarrow$ T = -1,485 + 89,9925 = 88,5075 ºC

25 $\frac{dy}{dt} = 0,5y^4 - 3y^2$

Gegeven de kromme $y = f(t) \Rightarrow f(a + 0,05) \approx f(a) + \left[0,5y^4 - 3y^2\right]_{y=f(a)}.0,05$ Met GR $\Rightarrow$ voer in : 1 en dan Ans + (0,5Ans^4 – 3.Ans^2).0,05 Na 20 keer op enter drukken krijgen we tenslotte : $f(4) \approx 0,246$

26. $\dfrac{dI}{dt} = 100 - I$ met $I(0)$ = 10 en t in minuten.

a. Er geldt : $I(a+0,2) \approx I(a) + [100 - I]_{I=I(a)}.0,2$
Voer in : 10 en dan Ans + (100 – Ans).0,2 We krijgen dan :
28 42,4 53,92 63,136 en uiteindelijk de gevraagde waarde $f(4) \approx 70{,}5088$

b. Nu zelfde methode met ΔI = 0,1 ⇒We moeten nu 10 keer drukken met de ENTER-knop . We krijgen dan : $I(1) \approx 68{,}619$
Het verschil in percentages is : $\dfrac{70,5088 - 68,619}{68,619}.100\% \approx 2{,}8\%$

c. Nu weer m.b.v. GR en dan 20 keer op de ENTER-knop drukken met ΔI = 0,05 ⇒ $I(1) \approx 67{,}736$
Het percentageverschil is nu : $\dfrac{68,619 - 67,736}{67,736}.100\% \approx 1{,}3\%$

27. $\dfrac{dT}{dt} = 1 - 0,05T$ met $T(0) = a$ ºC en t in minuten.

a. De temperatuur in de keuken is de uiteindelijke grenswaarde van de temperatuur van de cola als die zich dus heeft aangepast aan de omgevingstemperatuur van de keuken.
De grenswaarde krijg je als geldt : $\dfrac{dT}{dt} = 0 \Leftrightarrow 1 - 0,05T = 0 \Leftrightarrow 0,05T = 1 \Leftrightarrow T = 20 \Rightarrow$
de temperatuur van de keuken is dus 20 ºC.

b. $T(b+1) \approx T(b) + (1 - 0,05T).1$ Nu met GR :
Voer in 7 en Ans + (1 – 0,05Ans).1
Na 20 keer drukken krijgen we : $T(20) \approx 15{,}3$ ⇒ de temperatuur is dus ongeveer 15,3 ºC

c. Lastig. Gewoon proberen: Met a = 7 krijgen we : $T(10) \approx 12{,}2$
Met a = 9 krijgen we : $T(10) \approx 13{,}4$
Met a = 11 krijgen we : $T(10) \approx 14{,}6$
Nu kleinere marges nemen : a = 11,5 ⇒ $T(10) \approx 14{,}9$
Met a = 11,6 vinden we : $T(10) \approx 14{,}97$
Met a = 11,7 vinden we : $T(10) \approx 15{,}03$ ⇒ $a \approx 11{,}6$ of 11,7

28.

a. $F_{\text{Resulterend}} = F_R = -F_L - F_R$ Verder geldt : $F = m.a$ ⇒
$1250.\dfrac{dv}{dt} = -0,25v^2 - 4v \Leftrightarrow \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{-0,25v^2 - 4v}{1250} \Leftrightarrow \dfrac{dv}{dt} = -0,0002v^2 - 0,0032v$
met $v(0)$ = 30 m/s en t in minuten.

b. $v(b+0,5) \approx v(b) + (-0,0002v^2 - 0,0032v).0,5$ Met GR: voer in 30 en dan ENTER

dan Ans +(-0,0002Ans^2 – 0,0032Ans).0,5 dan Enter (20 keer)
We krijgen dan $v(10) \approx 27{,}4 \Rightarrow$ de snelheid op $t = 10$ is ongeveer 27,4 m/s

c. Nu krijgen we de vergelijking:

$$1500.\frac{dv}{dt} = -0{,}25v^2 - 4v \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{-0{,}25v^2 - 4v}{1500} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{6000}v^2 - \frac{1}{375}v$$

met $v(0) = 30$ m/s en t in minuten.
Nu weer dezelfde methode als bij onderdeel b $\Rightarrow$

$v(b+0{,}5) \approx v(b) + (-\frac{1}{6000}v^2 - \frac{1}{375}v).0{,}5$ Met GR: voer in 30 en dan ENTER

dan Ans +(- $\frac{1}{6000}$ Ans^2 – $\frac{1}{375}$ Ans).0,5 dan blijkt dat we 24 keer op Enter moeten drukken .Dan krijgen we $v \approx 27{,}4 \Rightarrow$ de snelheid op $t = 12$ is dan ongeveer 27,4 m/s.
Dus na ongeveer 12 seconden.

29.

a. $F_{\text{Resulterend}} = F_R = F_Z - F_R$ Verder geldt : $F = m.a \Rightarrow$

$$70.\frac{dv}{dt} = 686 - 0{,}21v^2 \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = 9{,}8 - 0{,}003v^2$$ met $v(0) = 0$ m/s en t in seconden.

b. $v(b+0{,}2) \approx v(b) + (9{,}8 - 0{,}003v^2).0{,}2$ Voer in : 0 en dan Enter
Dan Ans + (9,8 – 0.003Ans^2)*0.2 dan Enter Dit doen we net zo lang tot de waarde in de buurt van de 30 komt.
We krijgen na 16 keer op Enter drukken $v \approx 28{,}8$ en na 17 keer op Enter drukken $v \approx 30{,}2 \Rightarrow$
Bij $t \approx 17 . 0{,}2 = 3{,}4$ sec is de snelheid ongeveer 30 m/s.

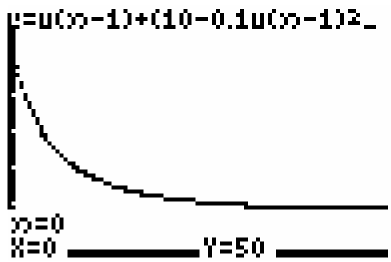
c. De grenswaarde van krijgen we als geldt :

$$\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow 9{,}8 - 0{,}003v^2 = 0 \Leftrightarrow 0{,}003v^2 = 9{,}8 \Leftrightarrow v^2 \approx 3266{,}67 \Rightarrow v \approx 57{,}2 \text{ m/s} \approx 206 \text{ km/uur.}$$

30.

a. Voer in : $u_n = u_{n-1} + (10 - 0.1u^2_{n-1}).0.01$ met $u_0 = 50$ We krijgen dan :

t	0	0,5	1	1,5	2
y	50	16,3	11,9	10,7	10,2



b. $u(33) \approx 20{,}2$ en $u(34) \approx 19{,}9 \Rightarrow$
$y < 20$ vanaf $t \approx 0{,}01 . 34 = 0{,}34$

31. $\dfrac{dT}{dt} = -0,02(T-20)$ met $T(0)$ = 100 ºC en t in seconden

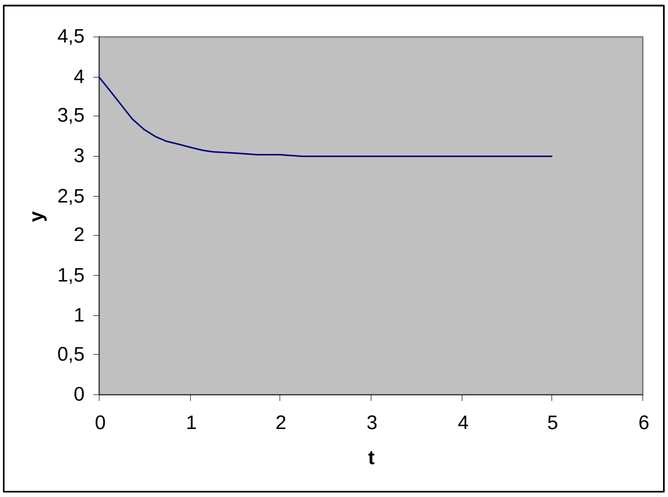
a. Voer in : $u_n = u_{n-1} + (-0{,}02(u_{n-1} - 20)).1$ met $u_0 = 100$
Na 1 minuut $\Rightarrow u_{60} \approx 43{,}8$ $\Rightarrow$ na 1 minuut is de temperatuur 43,8 ºC

b. Na een aantal stappen en proberen zien we : $u_{102} \approx 30{,}19$ en $u_{103} \approx 29{,}99$ $\Rightarrow$ Na 103 seconden is de temperatuur voor het eerst onder de 30 graden gezakt.

32. $\dfrac{dy}{dt} = 6 - 2y$ met $y(0) = 4$

a. Voer in : $u_n = u_{n-1} + (6 - 2u_{n-1}).0.1$ met $u_0 = 4$ We krijgen dan :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
y	4	3,33	3,11	3,04	3,01	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00

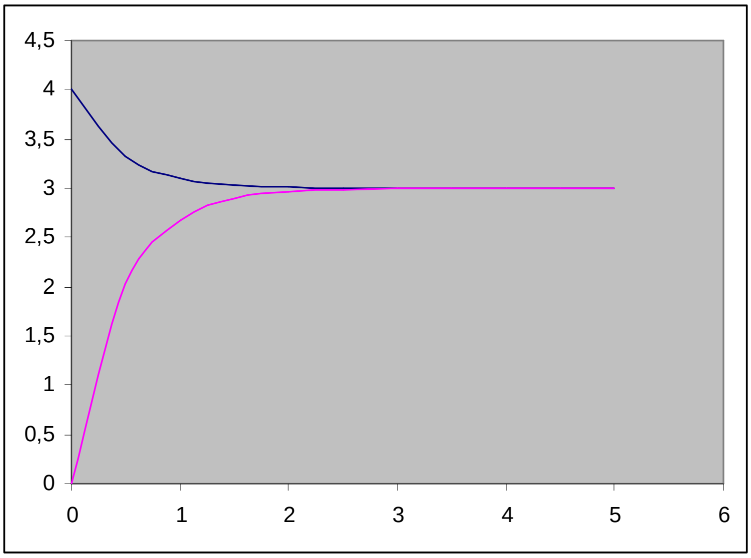


De grenswaarde is 3.

b. De oplossingskromme van $\dfrac{dy}{dt} = 6 - 2y$ en $y(0) = 0$ is stijgend op $[0, \rightarrow>$ want als we weer de gegevens van onderdeel a invoeren met y(0) = 0 en dus $u_0 = 0$ dan zien we dat de waarde van u_n vanuit 0 stijgen tot $-2y > 0$ en dus $\dfrac{dy}{dt} > 0$ $\Rightarrow$ De grafiek blijft stijgen tot aan de grenswaarde.

c. Voer in : $u_n = u_{n-1} + (6 - 2u_{n-1}).0.1$ met $u_0 = 0$ We krijgen dan :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
y	0	2,02	2,68	2,89	2,97	2,99	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00



33.

a. Volgens Newton geldt : $\frac{dT}{dt} = c.(T - 10)$

Verder is gegeven : $T(0)$ = 210 º C en $\frac{dT}{dt}$ = -0,5 ºC/s ⇒ -0,5 = c.(210 – 10) ⇒

c = -0,0025 ⇒ $\frac{dT}{dt} = -0,0025.(T - 10)$ met $T(0)$ = 210 º C en t in seconden.

b. Voer in : $u_n = u_{n-1} + (-0{,}0025(u_{n-1} - 10)).10$ met $u_0 = 210$ Aangezien de stapgrootte 10 seconden is , moeten we dus 60 stappen nemen . We lezen af : $u_{60} \approx 53{,}8$ ⇒ Na 10 minuten is de temperatuur gezakt naar ongeveer 54 ºC.

c. Nu dezelfde methode . Neem eerst stappen van 10 . We krijgen dan :
$u_{30} \approx 104$; $u_{40} \approx 83$; $u_{50} \approx 66$
Nu kleinere stappen maken ⇒ $u_{55} \approx 59{,}7$ en $u_{54} \approx 61{,}0$ ⇒ Na ongeveer 55 stappen van 10 seconden is de temperatuur gedaald tot onder de 60 ºC .
⇒ na dus ongeveer 10 minuten. (hele minuten genomen)

34. $\frac{dL}{dt} = L - 0,01L^2$ met L = 1 op t = 0 met L in cm en t in weken

a. Voer in : $u_n = u_{n-1} + (u_{n-1} - 0.01u_{n-1}^2).\frac{1}{7}$ en $u_0 = 1$ We moeten 28 stappen nemen omdat we 4 weken nemen . ⇒ Na 28 dagen
Nu geldt: $u_{28} \approx 30{,}77$ ⇒ Na 4 weken is het plantje ongeveer 30,8 cm lang.

b. De grenswaarde van het plantje krijgen we als geldt : $\frac{dL}{dt} = 0 \Leftrightarrow$

$L - 0,01L^2 = 0 \Leftrightarrow L(1-0,01L) = 0 \Leftrightarrow L = 0 \vee 0,01L = 1 \Leftrightarrow L = 0 \vee L = 100 \Rightarrow$ De grenswaarde van het plantje is ongeveer 100 cm.

c.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
L	1	2,5	6,2	14,5	30,8	54,4	76,9	90,5	96,5

d. 3 cm/dag = 21 cm/week $\Rightarrow$ we moeten dus oplossen :

$\frac{dL}{dt} = 21 \Leftrightarrow L - 0,01L^2 = 21 \Leftrightarrow$

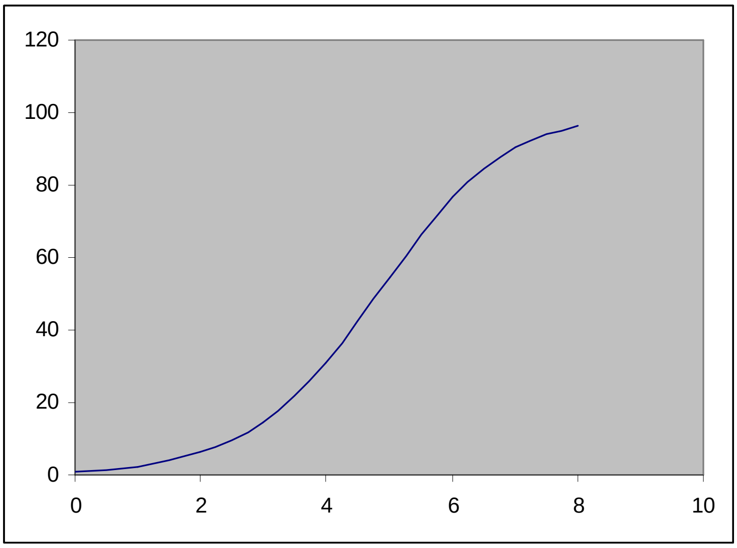
$-0,01L^2 + L - 21 = 0 \Leftrightarrow$

$L^2 - 100L + 2100 = 0 \Leftrightarrow$

$(L - 30)(L - 70) = 0 \Leftrightarrow$

$L = 30 \vee L = 70$

Uit de tabel van de GR vinden we : $u_{27} \approx 27,9$; $u_{28} \approx 30,8$; $u_{39} \approx 68,1$ en $u_{40} \approx 71,2 \Rightarrow$ We moeten deze waarden weer delen door 7 aangezien we in weken moeten rekenen . Verder moeten we de waarden in het tussengebied hebben omdat de snelheid $\frac{dL}{dt}$ een bergparabool is . We krijgen dus : $\frac{28}{7} \leq t \leq \frac{39}{7} \Rightarrow 4,0 \leq t \leq 5,6$

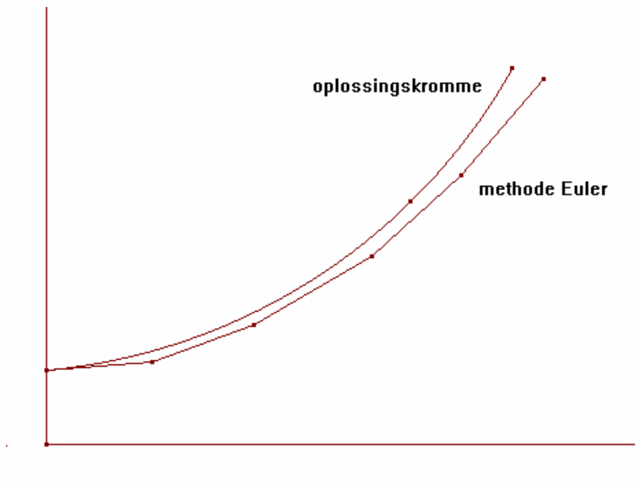


35. Gegeven : $\frac{dN}{dt} = -0,0315N$ met t in jaren.

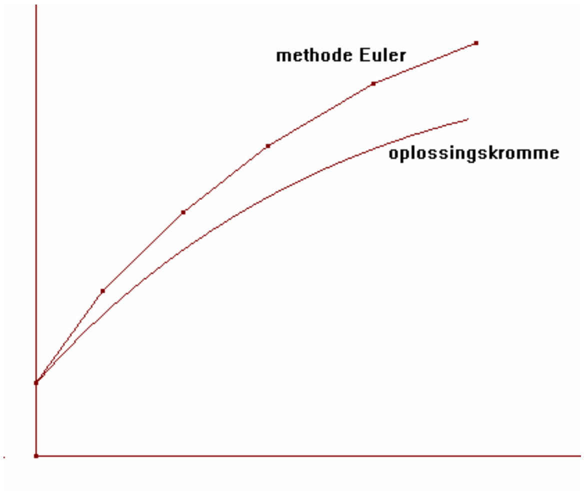
Voer in : $u_n = u_{n-1} + (-0.0315u_{n-1}).1$ en $u_0 = 100$
We moeten de waarde 50 hebben. Uit de tabel vinden we :
$u_{21} \approx 51,06$ en $u_{22} \approx 49,45 \Rightarrow$ De halfwaardetijd is dus ongeveer een kleine 22 jaar.

36.

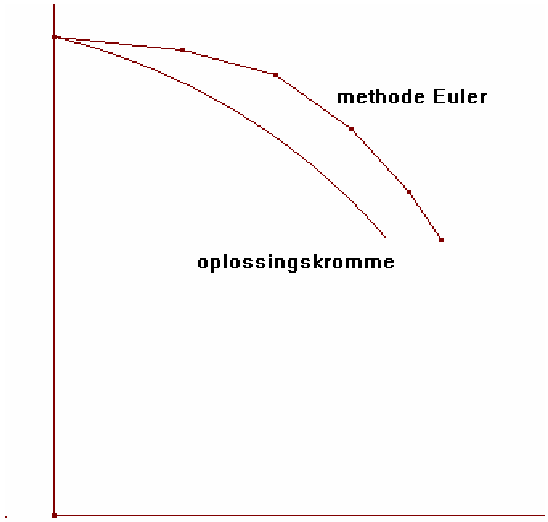
a. Zie de figuur . Bij toenemend stijgende oplossingskrommen heb je te lage functiewaarden.



b. Zie de figuur.
Bij een afnemend stijgende oplossingskromme is de afwijking naar boven.



Bij een toenemend dalende oplossingskrommen zie je in de rechtse figuur dat we dan ook een afwijking naar boven hebben.



37.

a. We gaan de handmatige manier nemen :

Na 1 jaar :	Aantal vissen is : 3000 . 1,2 – 800 = 2800
Na 2 jaar :	Aantal vissen is : 2800 . 1,2 – 800 = 2560
Na 3 jaar:	Aantal vissen is : 2560 . 1,2 – 800 = 2272
Na 4 jaar:	Aantal vissen is : 2272 . 1,2 – 800 ≈ 1926
Na 5 jaar :	Aantal vissen is : 1926 . 1,2 – 800 ≈ 1511

b. Voer in : $u_n = 1.2u_{n-1} - 800$ met $u_0 = 3000$
In de tabel zie je dan dat bij n = 7 het aantal ongeveer 416 is en dus minder dan 800 . ⇒
Bij n = 8 krijgen we dan een negatief aantal. Dus na 8 jaar is het niet meer zinvol.

c. Bij het op peil houden van de visstand moet gelden dat de toename gelijk is aan de afname .
⇒ 0,2.3000 = afname ⇒ De afname is dus 600.
Er mogen dus ieder jaar 600 vissen gevangen worden.

38.

a. Aan het eind van de eerste dag hebben we 5 . 10 = 50 kg verontreiniging

Aan het eind van de tweede dag hebben we 0,75 .50 = 37,50 van de vorige dag. Er stroomt van het dan aanwezige mengsel 5% weg . Dus er stroomt 0,05 . 37,50 = 1,875.
Er blijft dan nog 0,95 . 37,50 = 35,625 verontreiniging over. Er stroomt verder nog 50 kg nieuwe verontreiniging bij. Aan het eind van de tweede dag hebben we dan nog :
35,625 + 50 = 85,625 kg verontreiniging

b. Aan het eind van de derde dag hebben we : 0,75. 85,626 = 64,21875
Daarvan stroomt 5% weg . Dan houden we nog 0,95 . 64,21875 ≈ 61,008 kg
Er komt weer 50 kg bij. Zo krijgen we 111,008 kg verontreiniging.

c. Te bewijzen: $u_n = 0,7125u_{n-1} + 50$ met $u_0 = 0$ en u_n is het aantal kg verontreiniging aan het eind van de *n-de* dag.

Stel we hebben aan het eind van de *n-de* dag u_{n-1} kg verontreiniging.
Dan blijft er 75% over ⇒ 0,75 . u_{n-1} Er stroomt echter 5% mengsel weg ⇒ er blijft dan nog 95% aanwezig . Verder komt er ook 50 kg bij . ⇒
$u_n = 0,95.0,75u_{n-1} + 50 \Leftrightarrow u_n = 0,7125u_{n-1} + 50$ met $u_0 = 0$

d. Voer in : $u_n = 0,7125u_{n-1} + 50$ met $u_0 = 0$ Met aflezen uit de tabel vinden we :

n	0	1	2	3	4	5	6	7
u_n	0	50	85,625	111,008	129,093	141,979	151,160	157,701

e. De grenswaarde verkrijgen we door in grote stappen te kijken naar de waarde van u_n.
We krijgen dan bijv. : $u_{20} \approx 173,7$; $u_{25} \approx 173,9$; $u_{30} \approx 173,9$ en $u_{35} \approx 173,9$ en $u_{40} \approx 173,9$
⇒ De grenswaarde is ongeveer : 173,9 kg.

f. Er wordt dan op den duur 0,05 . 173,9 ≈ 8,696 kg geloosd per dag.

39. $u_n = 0,75^{\frac{1}{24}}.u_{n-1} - \frac{0,05}{24}.0,75^{\frac{1}{24}}.u_{n-1} + \frac{50}{24}$ met $u_0 = 0$ stapgrootte is $\Delta t = 1$ uur

a. Per dag is de groeifactor 0,75 ⇒ Per uur is dus de groeifactor : $0,75^{\frac{1}{24}}$.
Veronderstel dat we uitgaan van een verontreiniging van u_{n-1} . Dan is de hoeveelheid verontreiniging 1 uur later : $0,75^{\frac{1}{24}}.u_{n-1} - \frac{1}{24}.0,05.\left(0,75^{\frac{1}{24}}.u_{n-1}\right)$ Dat is dus het deel dat overblijft aan verontreiniging per uur en daar van afgetrokken het gedeelte aan verontreiniging dat tijdens dat uur wegstroomt. Verder komt er tijdens dat uur bij : $\frac{1}{24}.50$ kg .
Totaal wordt het dus :
$u_n = 0,75^{\frac{1}{24}}.u_{n-1} - \frac{0,05}{24}.0,75^{\frac{1}{24}}.u_{n-1} + \frac{50}{24}$ met $u_0 = 0$

b. u_{24} is de hoeveelheid verontreiniging na 24 uur,dus na 1 dag.
u_{48} is de hoeveelheid verontreiniging na 2 keer 24 uur , dus na 2 dagen.
We krijgen dan dus de volgende tabel :

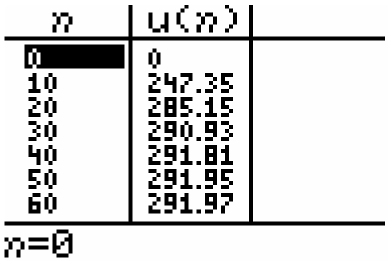
n	24	48	72	96	120	144	168
u_n	42,731	73,215	94,962	110,476	121,543	129,438	135,071

c. Als je grote warden invult in je GR dan is de wachttijd erg lang :
We krijgen dan na lang wachten : $u_{200} \approx 140{,}153$; $u_{400} \approx 148{,}554$ en $u_{600} \approx 149{,}057$
en $u_{800} \approx 149{,}088$ en $u_{1000} \approx 149{,}089$

De termen lijken dan te gaan naar 149,09 kg.

d. Op den duur loost men dan : 0,05 . 149,09 ≈ 7,455 kg verontreiniging per dag.

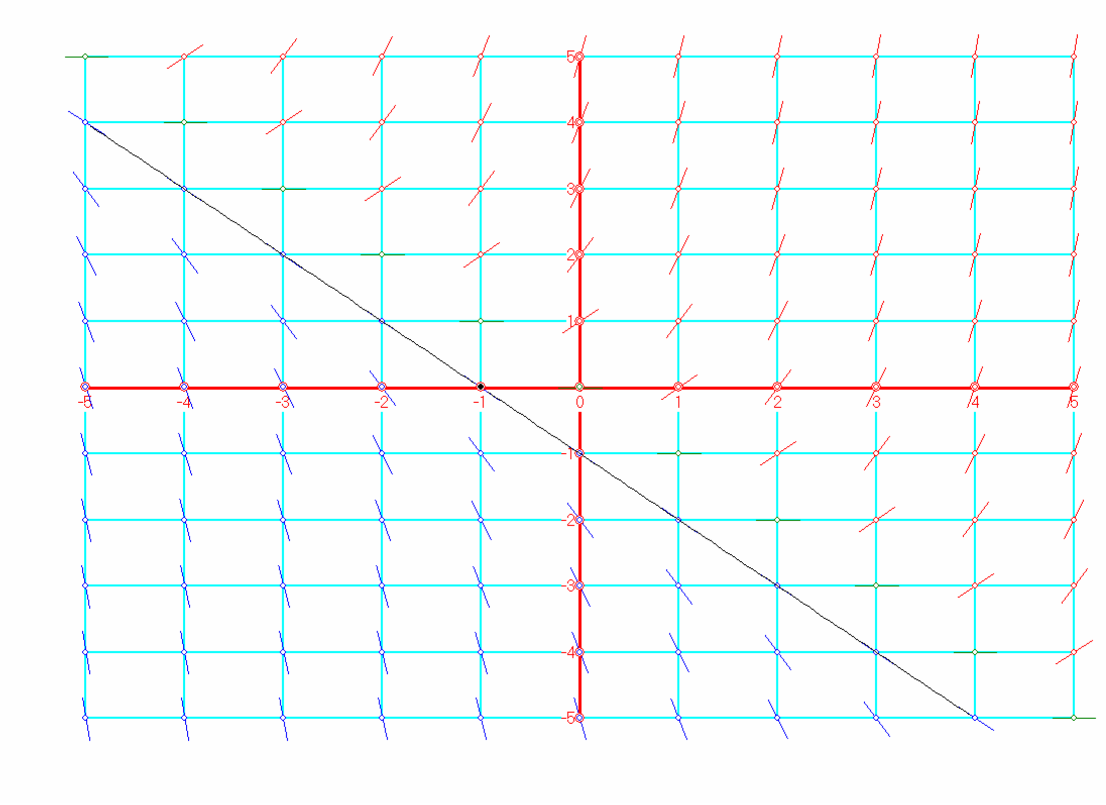
40.
a. Het model bij deze situatie is: $u_n = 0{,}85.u_{n-1} - 0{,}025.0{,}085u_{n-1} + 2{,}5.20$ met $u_0 = 0$ $\Leftrightarrow$
$u_n = 0{,}82875u_{n-1} + 50$ met $u_0 = 0$



Deze relatie invoeren. De tabel geeft het idee dat de grenswaarde in de buurt van de 291,97 komt. Wat grotere waarden van u_n geven : $\Rightarrow$
$u_{80} \approx 291{,}97$; $u_{90} \approx 291{,}97$ en $u_{100} \approx 291{,}97$ $\Rightarrow$ De grenswaarde ligt bij 291,97 . $\Rightarrow$ Op den duur wordt per dag dan ongeveer 0,025 . 291,97 ≈ 7,299 kg verontreiniging geloosd.

b. Het discrete model met stapgrootte van 1 uur wordt dan :
$$u_n = 0{,}85^{\frac{1}{24}}.u_{n-1} - \frac{0{,}025}{24}.0{,}85^{\frac{1}{24}}.u_{n-1} + \frac{2{,}5.20}{24} \quad \text{met } u_0 = 0$$
Ook nu moet je erg lang wachten voor je een aantal waarden krijgt op je GR. De grenswaarde blijkt na te lang proberen in de buurt van de 267,7 te komen.
Er wordt dan dus 0,025 . 267,7 ≈ 6,693 kg verontreiniging geloosd.

41a.



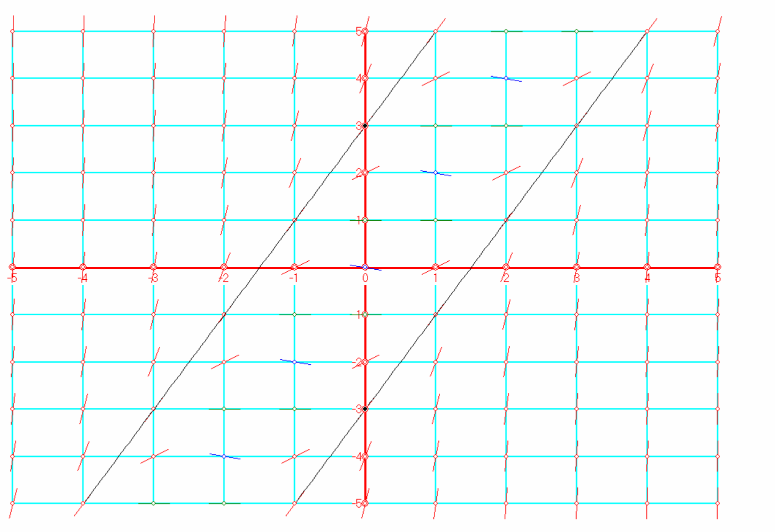
b.

$y = at + b$ dan a= -1 en b = -1

c. Nu zowel de vergelijking als de afgeleide invullen , dan krijgen we :
$-1 = t + (-t - 1) \Leftrightarrow -1 = -1$ Dit klopt voor elke waarde van t.

42. $\dfrac{dy}{dt} = t^2 - ty + \dfrac{1}{4}y^2 - \dfrac{1}{4}$

a. Het is lastig te zien , maar de vermoedelijke formules zijn :
$y = 2t + 3$ en $y = -2t - 3$



b. Neem b.v. $y = 2t + 3 \Rightarrow$
$\dfrac{dy}{dt} = 2$ Nu deze twee formules invullen in de diff. verg. $\Rightarrow$

$2 = t^2 - t.(2t+3) + \dfrac{1}{4}.(2t+3)^2 - \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow 2 = t^2 - 2t^2 - 3t + \dfrac{1}{4}(4t^2 + 12\,t + 9) - \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow$

$2 = -t^2 - 3t + t^2 + 3t + 2\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow 2 = 2$ **Dit geldt voor alle *t*.** $\Rightarrow$ ***y*** $= 2t + 3$ is een oplossing van de gegeven diff. verg.

43. $D_1 : \frac{dy}{dt} = y - t^2 + 2t - 1$ $D_2 : \frac{dy}{dt} = y + 1$ en $D_3 : \frac{dy}{dt} = \frac{-2y}{t}$

We hebben de formules : $y_1 = \frac{36}{t^2}$ $y_2 = 3e^t + t^2 + 1$ en $y_3 = -e^t - 1$

$\frac{dy_1}{dt} = -72t^{-3} = \frac{-72}{t^3}$ $\frac{dy_2}{dt} = 3e^t + 2t$ en $\frac{dy_3}{dt} = -e^t$

Goed kijken: y_1 lijkt een oplossing van D_3 Invullen in de d.v. : $\Rightarrow$

$\frac{-72}{t^3} = \frac{-2.\frac{36}{t^2}}{t} \Leftrightarrow \frac{-72}{t^3} = \frac{-72}{t^3}$ Dit klopt voor alle t ongelijk 0. $\Rightarrow y_1$ is een oplossing van D_3.

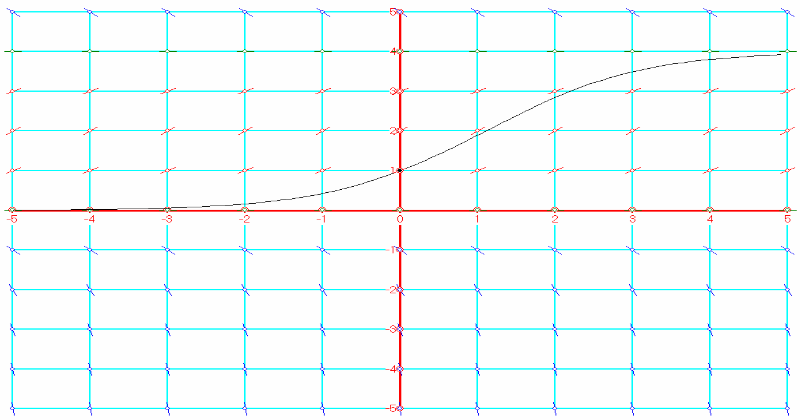
Verder lijkt y_3 een oplossing van D_2 Invullen in de d.v. : $\Rightarrow$
$-e^t = -e^t - 1 + 1 \Leftrightarrow -e^t = -e^t$ Dit klopt voor alle $t \Rightarrow y_3$ is een oplossing van D_2.

Blijft over y_2 is een oplossing van D_1 Controle :
$3e^t + 2t = 3e^t + t^2 + 1 - t^2 + 2t - 1 \Leftrightarrow 3e^t + 2t = 3e^t + 2t$ Dit klopt voor alle $t \Rightarrow$
y_2 is een oplossing van D_1.

44. $\frac{dy}{dt} = y - \frac{1}{4}y^2$

a. Je kunt het zien in de figuur: $y = 0$ en $y = 4$ zijn formules waar de oplossingskrommen van de d.v. een horizontale raaklijn hebben.
Andere manier: Voor de horizontale raaklijnen geldt dat
$\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow y - \frac{1}{4}y^2 = 0 \Leftrightarrow y(1 - \frac{1}{4}y) = 0 \Leftrightarrow y = 0 \vee \frac{1}{4}y = 1 \Leftrightarrow y = 0 \vee y = 4$

b.



c. $y = \frac{4}{1+e^{-t}} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{0 - 4.e^{-t}.(-1)}{(1+e^{-t})^2} = \frac{4e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}$ Nu moeten we deze twee formules invullen in de gegeven d.v.. $\Rightarrow$

$$\frac{4e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}=\frac{4}{1+e^{-t}}+\frac{1}{4}.\left(\frac{4}{1+e^{-t}}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{4e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}=$$

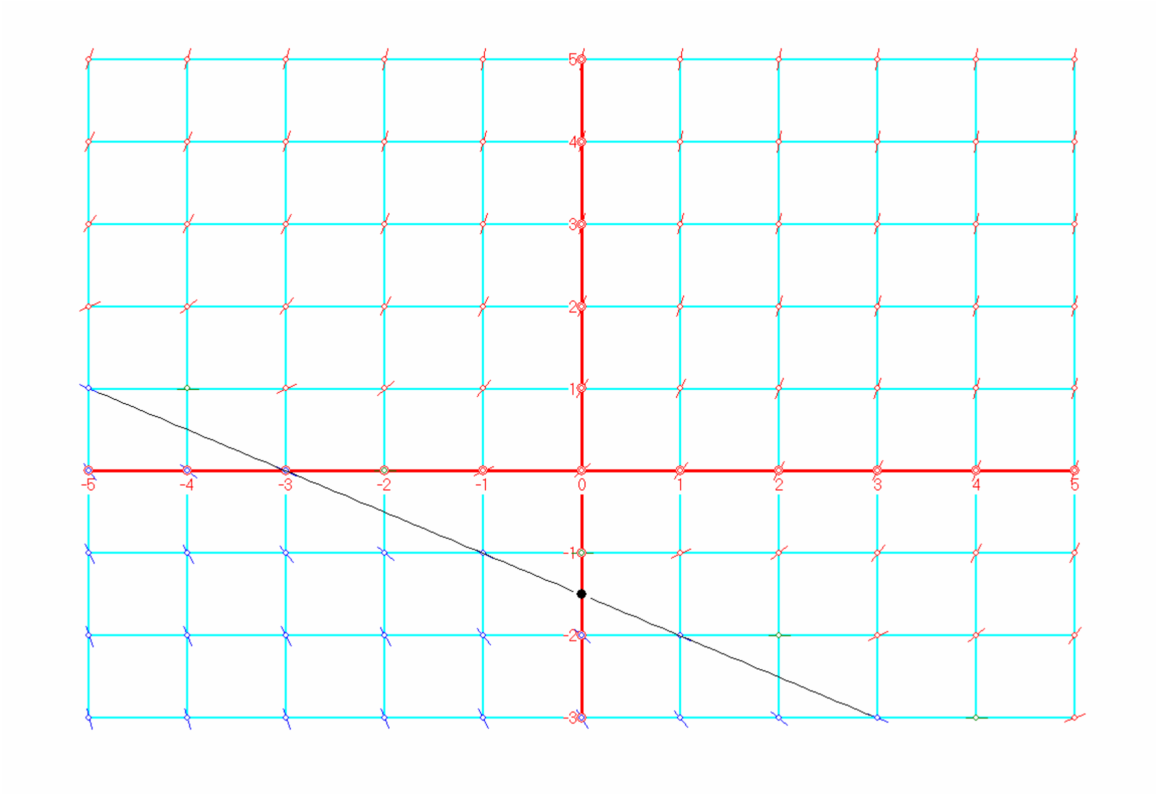
$$\frac{4.4(1+e^{-t})}{4(1+e^{-t})(1+e^{-t})}-\frac{1}{4}.\left(\frac{4}{1+e^{-t}}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{4e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}=\frac{16+16e^{-t}-16}{4.(1+e^{-t})^2} \Leftrightarrow \frac{4e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}=\frac{4e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}$$

Dit is gelijk voor alle waarden van *t*. $\Rightarrow$

$y=\dfrac{4}{1+e^{-t}}$ is een oplossing van de gegeven d.v. .

45. $\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{1}{2}t+y+1$

a.



Uit de figuur blijkt dat de lijn y = -0,5t – 1,5 een oplossing is van de gegeven d.v.

Nu de controle: y = -0,5t – 1,5 en $\dfrac{dy}{dt}$ = -0,5 Dit invullen in de gegeven d.v. $\Rightarrow$

-0,5 = 0,5t +(-0,5t – 1,5) + 1 $\Leftrightarrow$ -0,5 = -1,5 + 1 en dit klopt voor alle t. $\Rightarrow$

De lijn y = -0,5t – 1,5 is een oplossing van de gegeven d.v. .

b. $y=c.e^t-\dfrac{1}{2}t-1\dfrac{1}{2}$ is een oplossing ? $\Rightarrow \dfrac{dy}{dt}=c.e^t-\dfrac{1}{2}$ Nu deze twee formules invullen in de gegeven d.v. $\Rightarrow$ $c.e^t-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}t+\left(c.e^t-\dfrac{1}{2}t-1\dfrac{1}{2}\right)+1 \Leftrightarrow ce^t-\dfrac{1}{2}=ce^t-1\dfrac{1}{2}+1$ Dit klopt voor alle $t \Rightarrow$ $y=c.e^t-\dfrac{1}{2}t-1\dfrac{1}{2}$ is een oplossing van de gegeven d.v. .

c. $y = c.e^t - \frac{1}{2}t - 1\frac{1}{2}$ raakt de t-as $\Rightarrow \frac{dy}{dt} = 0$ en $y = 0$ $\Rightarrow c.e^t - \frac{1}{2} = 0$ en $c.e^t - \frac{1}{2}t - 1\frac{1}{2} = 0$ $\Rightarrow$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t - 1\frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}t = -1 \Leftrightarrow t = -2$ Nu t = -2 invullen in de vergelijking :

$c.e^{-2} - \frac{1}{2}.(-2) - 1\frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{c}{e^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2c = e^2 \Leftrightarrow c = \frac{1}{2}e^2$

46.

a. Zo te zien is het punt (2 , -1) het middelpunt.

b. $(t-2)^2 + (y+1)^2 = 18 \Leftrightarrow (y+1)^2 = 18 - (t-2)^2 \Rightarrow y + 1 = +\sqrt{18-(t-2)^2}$ met $y \geq -1$

(bovenste helft) $\Rightarrow y = -1 + \sqrt{18-(t-2)^2}$

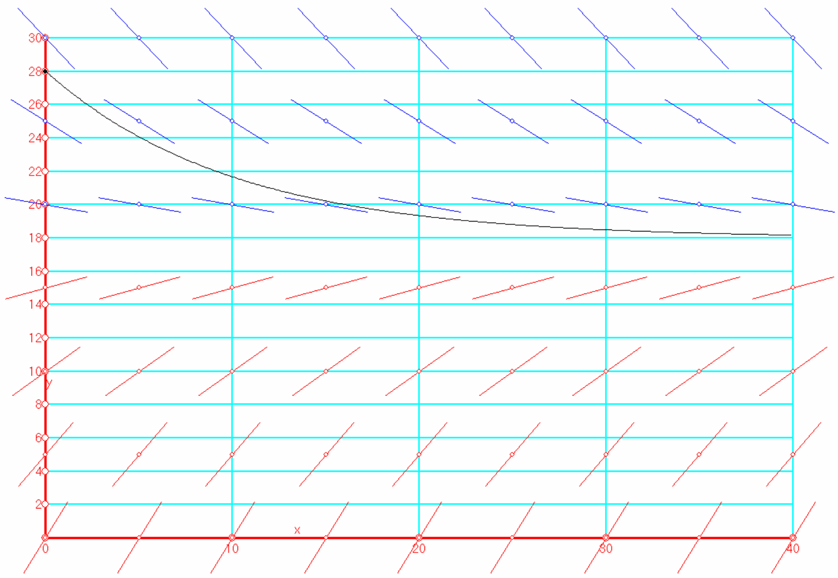
c. $y = -1 + \sqrt{18-(t-2)^2}$ en $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{18-(t-2)^2}}.(-2(t-2)^1) = \frac{2-t}{\sqrt{18-(t-2)^2}}$ Nu deze formules gaan invullen in de gegeven d.v. $\Rightarrow$

$\frac{2-t}{\sqrt{18-(t-2)^2}} = \frac{2-t}{\left(-1+\sqrt{18-(t-2)^2}\right)+1} \Leftrightarrow \frac{2-t}{\sqrt{18-(t-2)^2}} = \frac{2-t}{\sqrt{18-(t-2)^2}}$ Dit klopt dus voor alle t $\Rightarrow y = -1 + \sqrt{18-(t-2)^2}$ is een oplossing van de gegeven d.v. .

47. $\frac{dT}{dt} = -0{,}1.(T-18)$

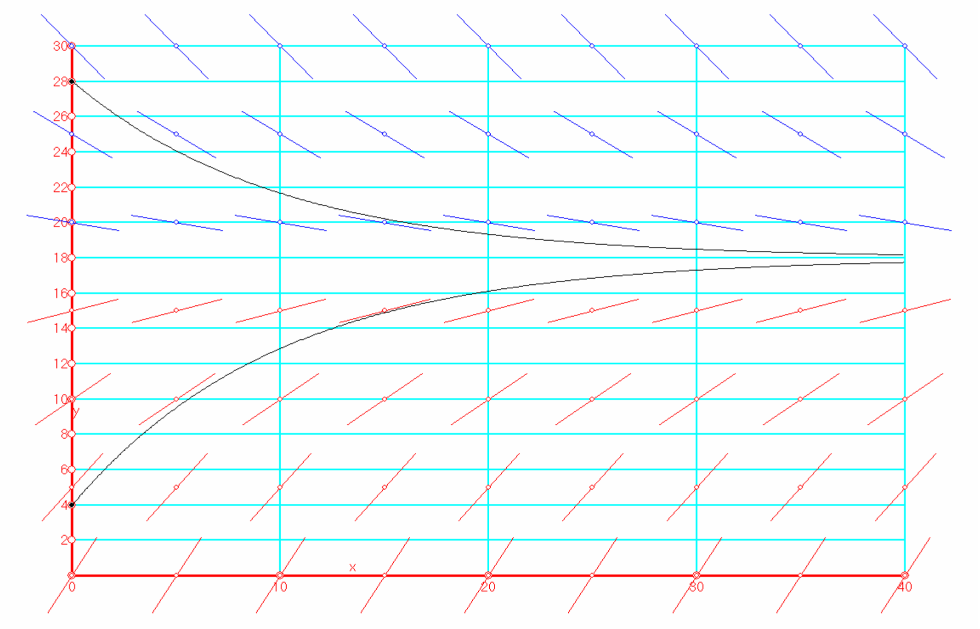
a. Als T een dalende functie is dan is $\frac{dT}{dt} < 0 \Rightarrow -0{,}1.(T - 18) < 0 \Leftrightarrow T > 18 \Rightarrow$ De begintemperatuur $T(0) > 18 \Rightarrow a > 18$.

b.



c. $T=18+10.e^{-0,1t}$ hoort bij het dynamische model van onderdeel *b*
D.w.z. dat $T=18+10.e^{-0,1t}$ moet een oplossing zijn van de gegeven d.v.. Controle :
$T=18+10.e^{-0,1t}$ en $\dfrac{dT}{dt}=10.e^{-0,10t}.(-0,10)=-e^{-0,10t}$
Nu deze formules gaan invullen in de gegeven d.v. ⇒
$-e^{0,1t}=-0,1.\left((18+10.e^{-0,1t})-18\right)$ ⇔ $-e^{-0,1t}=-0,1.10.e^{-0,1t}$ en dit klopt voor alle *t*.
Voor de beginwaarde geldt : *T*(0) = 18 + 10 . $e^{-0,1.0}$ = 18 + 10 = 28 en dit klopt ook. ⇒
$T=18+10.e^{-0,1t}$ hoort bij het gegeven dynamische model.

d.

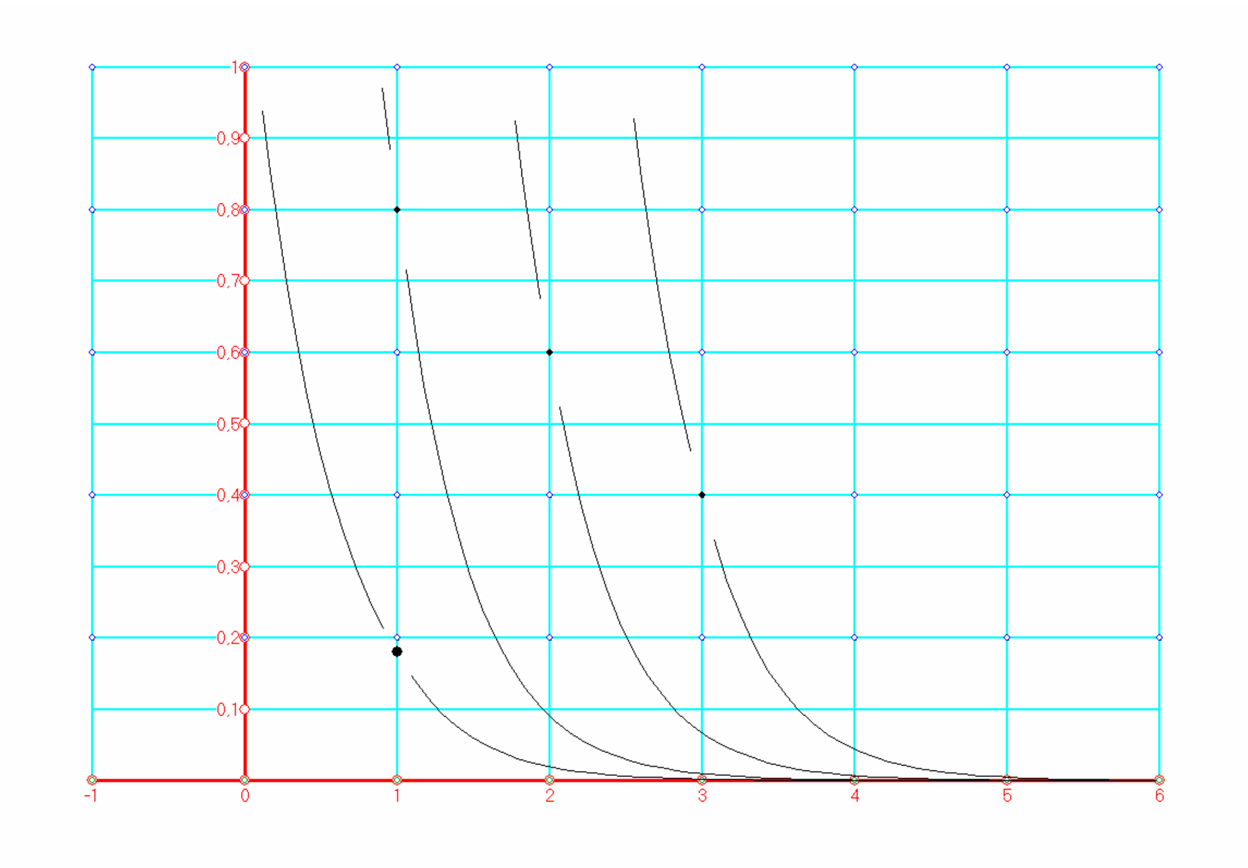


e. $T=p+q.e^{-0,1t}$ De grenswaarde is 18 ⇒ ***p* = 18** Verder weet je dat *T*(0) = 4 ⇒
4 = 18 + $q.e^0$ ⇔ 4 = 18 + *q* ⇔ ***q* = -14**

48 $\dfrac{dI}{dt}=\dfrac{-1}{R.C}.I$

a. Gegeven *R.C* = 0,5 en $0\le I\le 1 \Rightarrow \dfrac{dI}{dt}=\dfrac{-1}{R.C}.I \Leftrightarrow \dfrac{dI}{dt}=\dfrac{-1}{0,5}.I \Leftrightarrow \dfrac{dI}{dt}=-2I$

I	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$\dfrac{dI}{dt}$	0	-0,4	-0,8	-1,2	-1,6	-2



b. $I(t)=5.e^{-t}$ Deze formule blijkt te kloppen $\Rightarrow I(0) = 5.e^0 = 5 \,.\, 1 = 5 \Rightarrow I_0 = 5$

Nu de formule gaan invullen in de d.v. $\Rightarrow$

$$-5.e^{-t}=\frac{-1}{R.C}.5.e^{-t} \Leftrightarrow -5=\frac{-5}{R.C} \Leftrightarrow R.C=1$$

49. $\dfrac{dy}{dt}=3y$ en $y_1=e^{3t}$ $\quad y_2=\dfrac{1}{3}t^3+2$ $\quad y_3=e^{3t}+1$ $\quad y_4=2e^{3t}$

$y_1=e^{3t} \Rightarrow \dfrac{dy}{dt}=3.e^{3t}$ nu invullen $\Rightarrow 3.e^{3t}=3.e^{3t}$ en dit klopt voor alle *t*.

$y_2=\dfrac{1}{3}t^3+2 \Rightarrow \dfrac{dy}{dt}=t^2$ dit nu invullen $\Rightarrow t^2=3.\left(\dfrac{1}{3}t^3+2\right)=t^3+6$ Dit klopt niet voor alle *t*.

$y_3=e^{3t}+1 \Rightarrow \dfrac{dy}{dt}=3.e^{3t}$ Nu dit invullen $\Rightarrow 3.e^{3t}=3.(e^{3t}+1)=3e^{3t}+3$ Dit klopt niet voor alle waarden van *t*.

$y_4=2e^{3t} \Rightarrow \dfrac{dy}{dt}=6e^{3t}$ Dit nu invullen $\Rightarrow 6e^{3t}=3.2e^{3t}$ en dit klopt voor alle waarden van *t*.

Uit het bovenstaande volgt dat y_1 en y_4 oplossingen zijn van de d.v. $\dfrac{dy}{dt}=3y$

50. $y = a.e^{ct} \Rightarrow \dfrac{dy}{dt} = ac.e^{ct}$ Dit nu gaan invullen in de gegeven d.v. $\Rightarrow$

$a.ce^{ct} = c.ae^{ct}$ en dit klopt voor alle waarden van t. $\Rightarrow$ $y = a.e^{ct}$ is dus een oplossing van de gegeven d.v. .

51. $\dfrac{dy}{dt} = 2y$

a. Stel de opl. kromme is : $y = a.e^{2t}$ De kromme gaat door (0 , -1) $\Rightarrow$ -1 = a.1 $\Leftrightarrow$ a = -1 $\Rightarrow$ $y = -e^{2t}$

b. Stel de kromme is : $y = a.e^{2t}$ Deze kromme gaat door (0 , 1) $\Rightarrow$ 1 = a . 1 $\Leftrightarrow$ a = 1 $\Rightarrow$ de kromme is : $y = e^{2t}$ Het punt (1 , e^2) ligt op deze kromme want $e^2 = e^{2.1}$.

c. Stel de kromme is : $y = a.e^{2t}$ De kromme gaat door (0,2) $\Rightarrow$ 2 = $a.e^0$ $\Leftrightarrow$ a = 2 $\Rightarrow$ De kromme is nu : $y = 2.e^{2t}$ Verder is gegeven dat het punt (a,10) op deze kromme ligt $\Rightarrow$

$10 = 2.e^{2a} \Leftrightarrow e^{2a} = 5 \Leftrightarrow 2a = \ln(5) \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{2}.\ln(5)$

52.

a. Volgens de afkoelingswet van Newton geldt: $\dfrac{dT}{dt} = -0,017(T-0) = -0,017.T$

Stel de oplossingskromme is nu : $T = a.e^{-0,017t}$ Verder geldt $T(0) = 80 \Rightarrow 80 = a.1 \Rightarrow$ $a = 80 \Rightarrow T = 80 .\ e^{-0,017t}$ met T in ºC en t in seconden.

b. $T(60) = 80.e^{-0,017.60} \approx 29$ ºC

c. Er moet gelden : $80.e^{-0,017t} = 20 \Leftrightarrow e^{-0,017t} = 0,25 \Leftrightarrow -0,017.t = \ln(0,25) \Leftrightarrow t = \dfrac{\ln(0,25)}{-0,017} \approx$

81,55 $\Rightarrow$ Na ongeveer 82 seconden is de temperatuur van het voorwerp 20 ºC.

53. $\dfrac{dy}{dt} = 2(y-3)$

$y_1 = a.e^{2t} - 3 \Rightarrow \dfrac{dy_1}{dt} = 2a.e^{2t}$ Dit nu invullen $\Rightarrow$ $2a.e^{2t} = 2(a.e^{2t} - 3 - 3) = 2ae^{2t} - 12$

Dit klopt niet voor alle waarden van t $\Rightarrow y_1$ is geen oplossing van de gegeven d.v. .

$y_2 = a.e^{2(t-3)} \Rightarrow \dfrac{dy_2}{dt} = 2a.e^{2(t-3)}$ Dit nu invullen $\Rightarrow$ $2a.e^{2(t-3)} = 2(a.e^{2(t-3)} - 3) = 2ae^{2(t-3)} - 6$

Dit klopt niet voor alle waarden van t $\Rightarrow y_2$ is geen oplossing van de gegeven d.v. .

$y_3 = a.e^{2t} + 3 \Rightarrow \frac{dy_3}{dt} = 2a.e^{2t}$ Dit nu invullen $\Rightarrow$ $2a.e^{2t} = 2(a.e^{2t} + 3 - 3) = 2ae^{2t}$

Dit klopt voor alle waarden van t $\Rightarrow y_3$ is een oplossing van de gegeven d.v. .

$y_4 = a.e^{2t} + 3t \Rightarrow \frac{dy_4}{dt} = 2a.e^{2t} + 3$ Dit invullen $\Rightarrow$ $2a.e^{2t} + 3 = 2(a.e^{2t} + 3t - 3) = 2ae^{2t} + 6t - 6$

Dit klopt niet voor alle waarden van t $\Rightarrow y_4$ is geen oplossing van de gegeven d.v. .

Totale conclusie: y_3 is een oplossing van de gegeven d.v. .

54. $\frac{dy}{dt} = c(y-k)$ $\qquad y = k + a.e^{ct} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = a.c.e^{ct}$ Dit nu allebei invullen in de gegeven d.v.

$\Rightarrow$ $a.c.e^{ct} = c.(k + a.e^{ct} - k) = a.c.e^{ct}$ Dit klopt voor alle waarden van t. $\Rightarrow$

$y = k + a.e^{ct}$ is een oplossing van de d.v. $\frac{dy}{dt} = c(y-k)$.

55. $\frac{dy}{dt} = -y - 3$ $\Rightarrow$ $\frac{dy}{dt} = -1.(y+3) = -1(y - (-3))$ $\Rightarrow c$ = -1 en k = -3 $\Rightarrow$

a. Stel de opl. kromme is : $y = -3 + a.e^{-t}$ Deze kromme gaat door het punt (0,1) $\Rightarrow$ 1 = -3 + a $\Rightarrow$

a = 4 $\Rightarrow$ de oplossingskromme wordt dan : $y = -3 + 4.e^{-t}$

b. Stel de opl. kromme is : $y = -3 + a.e^{-t}$ Deze kromme gaat door het punt (0,0) $\Rightarrow$ 0 = -3 + a $\Rightarrow$

a = 3 $\Rightarrow$ de oplossingskromme wordt dan : $y = -3 + 3.e^{-t}$ Nu gaan we het punt $\left(1, -3 + \frac{3}{e}\right)$

invullen $\Rightarrow$ $-3 + \frac{3}{e} = -3 + 3.e^{-1} = -3 + \frac{3}{e}$ en dat klopt $\Rightarrow$ het punt $\left(1, -3 + \frac{3}{e}\right)$ ligt dus op de oplossingskromme.

c. Stel de opl. kromme is : $y = -3 + p.e^{-t}$ Deze kromme gaat door het punt (3,1) $\Rightarrow$

$1 = -3 + p.e^{-3} \Leftrightarrow p.e^{-3} = 4 \Leftrightarrow p = 4.e^3 \Rightarrow y = -3 + 4e^3.e^{-t}$

Nu ligt het punt (a,8) op deze kromme $\Rightarrow$

$8 = -3 + 4e^3.e^{-a} \Leftrightarrow 4.e^{3-a} = 11 \Leftrightarrow e^{3-a} = 3,75 \Leftrightarrow 3 - a = \ln(3,75)$ $\Leftrightarrow a = 3 - \ln(3,75) \approx 1,678$

56.

a. Volgens de afkoelingswet van Newton geldt : $\frac{dT}{dt} = -0,035.(T - 18)$

Nu is c = -0,035 en k = 18 $\Rightarrow$ Stel de oplossingskromme is : $y = k + a.e^{ct} = 18 + a.e^{-0,035t}$

Bekend is verder dat $T(0)$ = 5 $\Rightarrow$ $5 = 18 + a.e^{-0,035.0} \Leftrightarrow 18 + a = 5 \Leftrightarrow a = -13$ $\Rightarrow$

De oplossingskromme is dus : $y = 18 - 13.e^{-0,035t}$ met T in ºC en t in minuten.

b. Na 5 minuten $\Rightarrow$ t = 5 $\Rightarrow$ $T = 18 - 13.e^{-0,035.5} \approx 7$ $\Rightarrow$ Na 5 minuten heeft het blikje een temperatuur van ongeveer 7 ºC.

c. Er moet gelden : $18 - 13.e^{-0,035.t} = 15 \Leftrightarrow 13.e^{-0,035t} = 3 \Leftrightarrow e^{-0,035t} = \dfrac{3}{13} \Leftrightarrow$

-0,035t = $\ln\left(\dfrac{3}{13}\right) \Rightarrow t = \dfrac{\ln\left(\dfrac{3}{13}\right)}{-0,035} \approx 41,90 \Rightarrow$

Na ongeveer 42 minuten heeft het blikje een temperatuur van 15 ºC.

57. $\dfrac{dT}{dt} = c.(T - 150)$ met T(0) = 20 ºC Als T ≤ 100 ºC dan c = -0,03 en c = -0,001 voor T ≥ 100 ºC

a. Uit het gegeven volgt : $\dfrac{dT}{dt} = -0,03.(T - 150)$ $\Rightarrow$ c = -0,03 en k = 150 $\Rightarrow$ Stel de oplossingskromme is : $y = 150 + a.e^{-0,03.t}$ Verder geldt dat T(0) = 20 $\Rightarrow$

20 = 150 + $a.e^{-0,03.0}$ = 150 + a $\Leftrightarrow$ a = -130 $\Rightarrow$ $T = 150 - 130.e^{-0,03.t}$

Voor een temperatuur van 100 geldt :

150 – 130. $e^{-0,03.t}$ = 100 $\Leftrightarrow$ 130. $e^{-0,03.t}$ =50 $\Leftrightarrow$ $e^{-0,03.t} = \dfrac{50}{130}$ $\Leftrightarrow$ -0,03.t = $\ln\left(\dfrac{50}{130}\right)$ $\Leftrightarrow$

$t \approx \dfrac{\ln\left(\dfrac{50}{130}\right)}{-0,03}$ = 31,85 $\Rightarrow$ Na ongeveer 32 minuten is de temperatuur 100 ºC.

b. Nu $\dfrac{dT}{dt} = -0,001(T - 150)$ Dit geeft de oplossingskromme : $T = 150 + a.e^{-0,001t}$

Deze kromme gaat door het punt (32,100) (het eindpunt waarbij de eerste formule nog net geldt.) $\Rightarrow$ 100 = 150 + $a.e^{-0,001.32}$ $\Leftrightarrow$ $a.e^{-0,001.32}$ = -50 $\Leftrightarrow$ a = $\dfrac{-50}{e^{-0,001.32}}$ ≈ -51,63 $\Rightarrow$

$T = 150 - 51,63.e^{-0,001.t}$

Nu wordt de temperatuur 120 ºC $\Rightarrow$ $150 - 51,63.e^{-0,001.t} = 120$ $\Leftrightarrow$ 51.63 . $e^{-0,001t}$ = 30 $\Leftrightarrow$

$e^{-0,001t} = \dfrac{30}{51,63}$ $\Rightarrow$ -0,001.t = $\ln\left(\dfrac{30}{51,63}\right)$ $\Rightarrow$ t ≈ 542,9 $\Rightarrow$

Na ongeveer 543 -32 = 511 minuten is de temperatuur gestegen tot 120 ºC.

58. $\dfrac{dN}{dt} = 0,7N$

a. $\dfrac{dN}{dt} = 0,7N$ $\Rightarrow$ de oplossingskromme heeft de gedaante : $N = a.e^{0,7t}$ Verder geldt :

N(0) = 10 $\Rightarrow$ 10 = a.1 $\Leftrightarrow$ a = 10 $\Rightarrow$ $N = 10.e^{0,7t}$ met t in weken.

b. $\frac{dN}{dt} = 0,7N.\frac{400000-N}{400000}$ Voer in $y_1 = \frac{0.7x(400000-x)}{400000}$ Uit de tabelfunctie volgt:

$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{N=1000} \approx 698$ $\left(\frac{dN}{dt}\right)_{N=200000} \approx 70000$ en $\left(\frac{dN}{dt}\right)_{N=399000} \approx 698 \Rightarrow$

De snelheden zijn achtereenvolgens:

698 besm./week 70000 besm./week en weer 698 besm./week

c. $\frac{dN}{dt} = 0,7N.\frac{400000-N}{400000} = \frac{0,7N(400000-N)}{400000} = \frac{0,7}{400000}.N(400000-N) =$

$1,75.10^{-6}.N(400000-N)$

$\Rightarrow$ c = 1,75 . 10^{-6}

59. $\frac{dy}{dt} = y(1-y)$ en $u = \frac{1}{y}$

a. Volgens de kettingregel geldt : $\frac{du}{dt} = \frac{du}{dy}.\frac{dy}{dt}$ Er geldt verder : $\frac{du}{dy} = -\frac{1}{y^2}$ We krijgen dan dus : $\frac{du}{dt} = -\frac{1}{y^2}.y(1-y) = \frac{-y(1-y)}{y^2} = -\frac{1-y}{y} = \frac{-1}{y}+1$

b. $u = \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{1}{u}$ Nu invullen $\Rightarrow$ $\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\left(\frac{1}{u}\right)}+1 = -u+1 = -(u-1)$

$\Rightarrow c$ = -1 en k = 1 $\Rightarrow$ $u = 1 + a.e^{-t}$ (zie blz. 31)

c. Nu gaan we terugsubstitueren $\Rightarrow$ $y = \frac{1}{u}$ geeft dan : $y = \frac{1}{1+a.e^{-t}}$

60. $\frac{dy}{dt} = c.y.(G-y)$ en $y = \frac{G}{1+a.G.e^{-cGt}}$ Nu eerst de afgeleide berekenen $\Rightarrow$

$\frac{dy}{dt} = \frac{0-a.G.e^{-cGt}.(-cG).G}{\left(1+aG.e^{-cGt}\right)^2} = \frac{a.G^3.c.e^{-cGt}}{\left(1+aG.e^{-cGt}\right)^2}$ Nu gaan we y en $\frac{dy}{dt}$ invullen in de gegeven d.v. $\Rightarrow$

$$\frac{a.G^3.c.e^{-cGt}}{\left(1+aG.e^{-cGt}\right)^2} = c.\frac{G}{1+a.G.e^{-cGt}}.\left(G-\frac{G}{1+a.G.e^{-cGt}}\right) \Leftrightarrow$$

$$\frac{a.G^3.c.e^{-cGt}}{\left(1+aG.e^{-cGt}\right)^2} = \frac{c.G^2}{1+a.G.e^{-cGt}} - \frac{cG^2}{\left(1+a.G.e^{-cGt}\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{a.G^3.c.e^{-cGt}}{\left(1+aG.e^{-cGt}\right)^2}=\frac{c.G^2}{1+a.G.e^{-cGt}}\frac{1+a.G.e^{-cGt}}{1+a.G.e^{-cGt}}-\frac{cG^2}{\left(1+a.G.e^{-cGt}\right)^2}\Leftrightarrow$$

$$\frac{a.G^3.c.e^{-cGt}}{\left(1+aG.e^{-cGt}\right)^2}=\frac{c.G^2+acG^3.e^{-cGt}}{\left(1+a.G.e^{-cGt}\right)^2}-\frac{cG^2}{\left(1+a.G.e^{-cGt}\right)^2}\Leftrightarrow$$

$$\frac{a.G^3.c.e^{-cGt}}{\left(1+aG.e^{-cGt}\right)^2}=\frac{acG^3.e^{-cGt}}{\left(1+a.G.e^{-cGt}\right)^2}\ \text{ klopt }\Rightarrow$$

$y=\dfrac{G}{1+a.G.e^{-cGt}}$ is een oplossing van de d.v. $\dfrac{dy}{dt}=c.y.(G-y)$

61. $\dfrac{dy}{dt}=y-2y^2$

a. $\dfrac{dy}{dt}=y-2y^2=2y\left(\dfrac{1}{2}-y\right)\Rightarrow$ Zie blz. 34 c = 2 en G = 0,5 $\Rightarrow$

$y=\dfrac{G}{1+a.G.e^{-cGt}}=\dfrac{0,5}{1+a.0,5.e^{-2.0,5.t}}=\dfrac{1}{2+a.e^{-t}}$ De oplossingskromme gaat door (0; 0,2) $\Rightarrow$

$0,2=\dfrac{1}{2+a.e^0}\Leftrightarrow\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{2+a}\Rightarrow a=3\Rightarrow$ De oplossingskromme is : $y=\dfrac{1}{2+3.e^{-t}}$

b. $y=\dfrac{G}{1+a.G.e^{-cGt}}=\dfrac{0,5}{1+a.0,5.e^{-2.0,5.t}}=\dfrac{1}{2+a.e^{-t}}$ Nu gaat de kromme door (0,2) $\Rightarrow$

$2=\dfrac{1}{2+a.e^0}\Leftrightarrow 2=\dfrac{1}{2+a}\Leftrightarrow 2+a=0,5\Leftrightarrow a=-1,5\Rightarrow y=\dfrac{1}{2-1,5.e^{-t}}$ Nu het punt

$\left(1,\dfrac{2e}{4e-3}\right)$ invullen $\Rightarrow$ $\dfrac{2e}{4e-3}=\dfrac{1}{2-1,5.e^{-1}}\Leftrightarrow\dfrac{2e}{4e-3}=\dfrac{1}{2-1,5.e^{-1}}.\dfrac{2e}{2e}\Leftrightarrow\dfrac{2e}{4e-3}=\dfrac{2e}{4e-3}$

klopt . $\Rightarrow$ Het punt $\left(1,\dfrac{2e}{4e-3}\right)$ ligt op de oplossingskromme door (0,2)

62. Grenswaarde: 10000 ; Bij t = 0 dan N = 800 en bij t = 0 dan $\dfrac{dN}{dt}=350$ met t in jaren.

a. Het is een logistische groei $\Rightarrow$ $\dfrac{dN}{dt}=c.N(G-N)$ Grenswaarde is 10000 $\Rightarrow$ G = 10000 $\Rightarrow$

$\dfrac{dN}{dt}=c.N(10000-N)$ Verder is gegeven dat op t = 0 geldt N = 800 en $\dfrac{dN}{dt}=350$ $\Rightarrow$

$350 = c.800(10000-800) \Leftrightarrow 350 = c.7360000 \Leftrightarrow c = \dfrac{350}{7360000} \approx 4,755.10^{-5} \Rightarrow$

$\dfrac{dN}{dt} = 4,755.10^{-5}.N(10000-N)$ met $N(0) = 800$ en t in jaren.

b. Om de populatiegrootte te berekenen hebben we de opl. kromme nodig. M.b.v. de theorie weten we : $G = 10000$; $c = 4,755.10^{-5}$ $\Rightarrow$

$N = \dfrac{10000}{1+a.10000.e^{-4,755.10^{-5}.10000t}} = \dfrac{10000}{1+a.10000.e^{-0,4755t}}$ De kromme gaat door het punt

(0 , 800) $\Rightarrow$ $800 = \dfrac{10000}{1+a.10000.e^{-0,4755.0}} \Leftrightarrow 800 = \dfrac{10000}{1+a.10000} \Leftrightarrow 1+10000a = \dfrac{10000}{800} \Leftrightarrow$

$1+10000a = 12,5 \Leftrightarrow 10000a = 11,5 \Leftrightarrow a = 0,00115 \Rightarrow$

De vergelijking van de kromme is : $N = \dfrac{10000}{1+0,00115.10000.e^{-0,4755t}} = \dfrac{10000}{1+11,5.e^{-0,4755t}}$

Voor $t = 20$ geldt nu $N \approx 9991$

c. Voer in in GR $y_1 = \dfrac{10000}{1+11,5.e^{-0,4755x}}$ en $y_2 = 5000$ met window [0,20] X [0,10000]

Met de optie intersect vinden we $x \approx 5,14$ $\Rightarrow$ vanaf $t \approx 5,14$ zijn er meer dan 5000 bezoekers.

63. $\dfrac{dL}{dt} = 6L - 0,2L^2$ met $L(0) = 2$ cm ; L in cm en t in weken.

a. $\dfrac{dL}{dt} = 6L - 0,2L^2 = 0,2L(30-L) \Rightarrow$ het is een model met logistische groei met $c = 0,2$ en

$G = 30$ $\Rightarrow$ de oplossingskromme is dan : $L = \dfrac{30}{1+a.30.e^{-0,2.30t}} = \dfrac{30}{1+a.30.e^{-6t}}$ De kromme gaat

door (0,2) $\Rightarrow$ $2 = \dfrac{30}{1+a.30.e^{0}} \Leftrightarrow 2 = \dfrac{30}{1+30a} \Leftrightarrow 1+30a = \dfrac{30}{2} \Leftrightarrow 30a = 14 \Leftrightarrow a = \dfrac{7}{15}$ Dit nu

invullen $\Rightarrow$ $L = \dfrac{30}{1+\frac{7}{15}.30.e^{-6t}} = \dfrac{30}{1+14.e^{-6t}}$

De eerste dag in weken $\Rightarrow$ $t = \dfrac{1}{7}$ Voer in : $y_1 = \dfrac{30}{1+14.e^{-6t}}$ $\Rightarrow$ $y_1\left(\dfrac{1}{7}\right) = L\left(\dfrac{1}{7}\right) \approx 4,32$ $\Rightarrow$ Het plantje is op de eerste dag ongeveer 4,32 – 2 = 2,32 cm gegroeid.

b. 1 cm minder dan de grenswaarde $\Rightarrow$ de lengte moet dus 29 cm zijn . Voer ook in $y_2 = 29$
Met de optie intersect vinden we $x \approx 1,00$ $\Rightarrow$ na ongeveer 7 dagen wordt de lengte minder dan 1 cm van de grenswaarde 30.

64. $\dfrac{dN}{dt} = 0,00006N(5000-N)$ met $N(0) = 4500$ en t in jaren.

a. Model van logistische groei. $\Rightarrow$ Stel $N=\dfrac{5000}{1+a.5000.e^{-0,00006.5000.t}}=\dfrac{5000}{1+a.5000.e^{-0,3.t}}$

Er geldt $N(0)$ = 4500 $\Rightarrow$ $4500=\dfrac{5000}{1+5000.a.e^{0}}\Leftrightarrow 1+5000a=\dfrac{5000}{4500}\Leftrightarrow 5000a=\dfrac{50}{45}-1\Leftrightarrow$

$a=\dfrac{\frac{5}{45}}{5000}=\dfrac{1}{4500}$ Dit nu invullen in N. $\Rightarrow$ $N=\dfrac{5000}{1+\frac{1}{4500}.5000.e^{-0,3.t}}=\dfrac{5000}{1+\frac{1}{9}.e^{-0,3t}}$

De waarde bij t = 10 is dan : $N(10)\approx 4972$ panda's.

b. Nu is de grenswaarde is nu 0,5 . 5000 = 2500 en c = 0,00004 $\Rightarrow$

$\dfrac{dN}{dt}=0,00004N(2500-N)\ \Rightarrow\ N=\dfrac{2500}{1+a.2500.e^{-0,00004.2500.t}}=\dfrac{2500}{1+a.2500.e^{-0,1t}}$

Het aantal bij t = 10 is het nieuwe beginaantal van de nieuwe N . Dit gaan we nu eerst invullen om a te berekenen. $\Rightarrow$

$\dfrac{2500}{1+a.2500.e^{-0,1.10}}=4972\Leftrightarrow 1+a.2500.e^{-1}=\dfrac{2500}{4972}\Leftrightarrow 2500.e^{-1}.a=-0,49718..\quad\Leftrightarrow$

$a\approx\dfrac{-0,4971842317}{2500.e^{-1}}\Leftrightarrow a\approx -5,406.10^{-4}\ \ \Rightarrow\ N=\dfrac{2500}{1-5.406.10^{-4}.2500.e^{-0,1t}}=\dfrac{2500}{1-1,3515.e^{-0,1t}}$

Voer in : $y_1=\dfrac{2500}{1-1,3515.e^{-0,1x}}$ en y_2 = 4500 Met de optie intersect vinden we $x\approx 11,12$ $\Rightarrow$

Na ongeveer 11,1 -10 = 1,1 jaar zijn er weer 4500 panda's.